



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

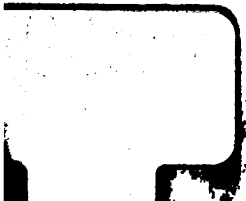
We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

Gen Lh



IN GEOMETRIA  
MALE RESTAVRATA

A B  
AVTHORE A. S. L. *(int.) (autm.) (prochese)*

RIMÆ DETECTÆ

A  
I PETRO PAVLO CARAVAGIO G  
MEDIOLANENSI.

ACCESSIT INDEX ERRORVM  
ANTONII SANCTINII  
IN APPENDICE INCLINATIONVM.

CVM PRIVILEGIO.



MEDIOLANI, MDCL.

Ex Typographia Ludouici Montix ad Plateam Mercatorum.  
*De consensu Superiorum.*

QA

33

.S24

C26

Hist. Sci.  
Geibel  
119-28  
17765

ILLVSTRISSIMO DOMINO

COM. BARTHOLOMÆO

A R E S I O

A secretiori Cōsilio Philippi IV. Maximi  
Hispaniarum Regis, & in Mediola-  
nensi Ducatu Reddituum,  
Ordinar. Præfidi.

Se se, atque ista dedicat, & consecrat

PETRVS PAVLVS CARAVAGIVS.



I B I, cuius amplissimis confi-  
lijs, cogitationibusq; quidquid  
ad publicam nostram vtilita-  
tem spectat creditum est, hæc,  
quæ publicæ vtilitati scribo, dono, & dico;  
non vt celeberrimi nominis tui splendori  
aliquid addam; neq; vt nomini meo famã  
pariam, sed ne illibato Geometriæ cando-  
ri officeretur, cum nihil sit perniciosius,  
quàm

quàm si ea, quæ pro publica vtilitate instituta sunt, nonnullorum malitia, aut ignorantia corrumpantur. Vix enim quidquã reperiri potest Geometria conducibilius, siue pacem spectes, siue bellum. Hæc cæteras moderatur artes, ab hac terrestris, & naualis Architectura dirigitur; ab hac pendet omnis mensuræ ponderumque ratio, & cum pondere, & mensura omnis commutatiua, & distributiua iustitia. In bello verò quis sine Geometria posset tormenta inuenire, fabricare, ac dirigere, exercitus ducere, & ordinare, castrametari, oppugnare, propugnareue arces, ac vim hostium, impetumque propulfare? Geometria corrupta, cætera, quæ inde oriuntur corrumpi necesse est. Hinc est, vt cum ipsam nonnullorum ignorantia, malè acceptam, & foedatam viderim, pristino illam candori restituere, maculas abstergendo necessarium duxerim, & sub  
nobi-

nobilissimæ familiæ tuæ stemmate, alarum scilicet tuarum umbra, collocare, non, ut ab imperitorum contumelijs secura quiescat, sed ut auspicijs tuis nutrita magis crescat in dies, & ob Musarum cultum pristinum redeat Italiæ decus cæteris Nationibus demandatum. Quod non minus Vniuersis maximè utile, quam nomini tuo gloriosissimum, ac celeberrimū futurum esse existimo. Et certus, me non furdo numini vota mea nuncupare, te primum inter Mortales elegi, quem nostra Mathefis salutaret, quia non alium agnoui, qui adeò nobilis, adeò utilis scientiæ promouendæ Arbiter esse possit; nec alium, quem ego colam impensius. Atque sanè spero me, qui ad Mathefim promouendam te nunc inuito, semel futurū eiusdem à te promotæ Præconem, si mens mea, domesticis curis aliquantisper explicita, proprio poterit genio indulgere.

Interim

Interim faue studio, & conatui meo, &  
hoc munus, leuidentse quidem illud, sed  
tamen debitum tibi accipe ea fronte, qua  
soles ea, quæ publico bono nata sunt, acci-  
pere. Sic enim spero, hoc meæ erga te  
obseruantix testimonium non futurum  
esse contemptui. Vale.





Die 26. Nouembris 1649.

**S**upraſcriptum Opus, cui titulus eſt. *In Geometria male reſtaurata &c.* Reuerendiſſimus P. Inquiſitor Mediolani curauit eſſe reuidendum, vt ſi quid in eo, quod Catholica Fidei aduerſetur, repertum fuerit, omnino ab eo dematur.

Franciſcus Cuccinus Magiſt. & Inquiſitor Generalis Mediolani &c.

**I**uſſu Reuerendiſs. Patris Inquiſitoris Generalis Mediolani, præſens Opus vidit, & approbauit Fr. Cabrius Zacchæus Sacra Theologia Magiſter, & eiufdem Reuerendiſs. Patris Inquiſitoris Modoetia Vicarius. Cum nihil in eo repererit, nec contra Fidem, nec contra bonos mores.

---

*Imprimatur.*

Fr. Franciſcus Cuccinus Magiſter, & Inquiſitor Generalis Mediolani &c.

Io. Paulus Mazuchellus pro Eminentiff. D. Cardinali Archiep.

Comes Maioragius pro Excellentiff. Senatu &c.



THE UNIVERSITY OF CHICAGO

LIBRARY

1960

CHICAGO, ILL.

1960

# IN GEOMETRIA

Malè Restaurata

AB AUTHORE A. S. L.

RIMÆ DETECTÆ

A PETRO PAVLO CARAVAGIO

MEDIOLANENSI.



Cire omnibus vtile est, tam priuatis Hominibus, quàm publicis: publicis verò etiàm necessarium, cum ipsis non sibi tantùm, sed publicæ vtilitati sit sciendum. Quare, quicunq; publicas res aliqua ex parte administrant, non eo suspiciendi sunt nomine, quòd opulentis stipendijs conducti, summis fungantur muneribus; sed, quòd ità scientijs sint instructi, vt constituta stipendia promereri, & suo possint muneri satisfacere. At quorsum hæc? exaggerata fama de Alexandri Campioni in Mathematicis doctrina, sinuosis Insubrici Cæli anfractibus repercussa, auribus meis insonuit. Audiui de illo prædicari, quòd in Hispanorum Exercitu maioris Mathematici nomen gereret, & munus; quòd primum inter militares Architectos gradum teneret; quòd singulis mensibus centum quinquaginta coronatis mercedis loco donaretur. Hinc ingens tam celebris Viri conueniendi, & arctam cum eo amicitiam iungendi, ac colendi, desiderium animo meo incessit. Ansam quæsiui, inueni, & arripui, videndi chorographicam quandam descriptionem oppugnatae à Gallis Cremonæ; & ab Inuietissimo Duce Marchione de Caracena defensæ. Virum conueni, qui cognito desiderio meo, volumen explicauit, mihiq; tabulam videndam exhibuit, in qua, tum Gallica Cremonæ oppugnatio, tum Hispanica repugnatio omnibus numeris iuhnographicè depicta conspiciebatur: laudauit accuratam Viri diligentiam, colorum varietatem, oculis illecebras facientem: Dein ad geometricas speculationes sermones flexi

A

(quod

2  
(quod vnicum obiectum ad tantum Virum inuifendum me mouerat)  
incidere in fabulam recentiores Mathematici, nominibus potius,  
quàm doctrinis, inter quos verè nostri sæculi Archimedes Franciscus  
Vieta. Ex huius nomine occasionem fumpfit interrogandi, quid mihi  
de quodam libello videretur, cui titulus.

*Supplementi Francisci Vietæ, ac Geometria totius  
instaurationis Authore*

A. S. L.

**I**mpresso Parisijs anno 1644., in quo Deliaci Problematis de cubi  
duplicatione Geometrica solutio exhibetur, cum propositione 21.  
problemate 17. doceat.

*Duas Medias inter extremas lineas in serie quatuor  
proportionalium Geometricè reperire.*

**R**espondi maximum esse promissum, & vniuerso Mathematico-  
rum coetui exoptatum, cum in hoc problemate hucusq; tot præ-  
clarissima Eruditissimorum Virorum ingenia desudarint, & frustra,  
quotiescunq; à mechanicis organis, solidis, aut linearibus demon-  
strationibus, hoc est conicis sectionibus, ellipticis, hyperbolicis, pa-  
rabolicis, spiralibus, quadratricibus, & similibus lineis discesserunt:  
Sed huiusce libelli Auctorem in hac propositione, non demonstratio-  
nem construere, sed in parallogismum incidere, dum sumit pro medio  
id, quod est probandum, & non probat, nec axioma est ita patens  
lumine naturæ, vt non egeat probatione. Hæc mihi asserenti graui  
supercilio obiecit auctoris sibi amicissimi nomen, mihi iam cognitum  
(quod, cum auctor ipse suppresserit, & ego nunc supprimo) & cum  
nomine, quasi meam temeritatem exprobrans, auctoritatem, & mu-  
nus, quo, magno ære conductus, in Amplissima Orbis Terrarum Vrbe  
nunc fungitur. Indicaui parallogismum, qui consistit in quadam li-  
nea, quam dicit alteri lineæ esse parallelam, sed non probat; adiunxi,  
hoc idem me per intimum mihi, & amicitia, & benevolentia Eque-  
stem Virum, ipsimet auctori tribus abhinc annis indicasse, cum im-  
perfectam demonstrationem perfici exoptarem potius, quàm Aucto-  
rem

rem conuincere paralogismi. Sed præter dilationes, donec nouum quoddam ab ipso ederetur opusculum, aliud obtinere non potui. His dictis aliò verba contorſi, paucisq; sermonibus habitis ſalutato tam celebri, tam erudito Viro, tandem diſceſſi.

Sequentibus diebus, cum mihi animus, ac mens tota extrà geometricas contemplationes, quantitatis meſuras, proportionefq; vagaretur, occurrant vndique Campioni, & Amici, & Alumni, ſignificantes, illum hanc in arenam deſcendiſſe, vt, aut mode calumnia argueret, aut laboranti demonſtrationi ſuccurreret. Quibus ego, Campionum, ea ſi præſtaret, optimè de vniuerſa Geometria, ac de vniuerſo Mathematicorum coetu meritorium; neque mihi fore diuidiæ, publicum ob bonum calumniæ conuinci; nam quæ calumniæ meæ deberitur pena, erit doceri (quod vnum exopto) vt vtar animo perfectiore; neque ignorantiam meam conſiteri erubeſco; nam quod ſcio, mihi ſcio, quod ignoro, mihi ignoro, & eodem tempore, quò ignoro, inſipientiæ meæ poenas ſuo; & ſcientiæ, atq; ignorantie meæ ſoli Deo, & mihi ſunt rationes reddendæ: publicis autem Viris, non ſolum Deo, & ſibi, ſed etiam hominibus, reddendæ ſunt, maximè ſi diſcere erubeſcant. Interea Mediolanum ſe contulit Doctiſſimus Vir Ioannes Baptiſta Druſianus publicus in Ticinenſi Gymnaſio Mathematicæ profeſſor, à quo in nonnullis congreſſibus cum ipſo habitis, dùm Mediolani verſaretur, iterum, atque iterum accepi, Campionum firmiſſimis, valliſſimisq; demonſtrationibus ex Euclidis Officina deſumptis armatum, prædictæ demonſtrationis tutelam ſuſcipere, & gloriari ſe poſſe facile à paralogiſmo vindicare Auctorem, cum id, quod probandum reſtat, tam facilè ex primis Euclidis elementis exurgat, vt non ſit demonſtrationis, ſed ignorantie defectus. Subieci, iam iam videbimus Campionum in Nundinis ſpatiantem, vt Pythagorico exemplo, centum boues mercetur, quos imolet pro tanto inuento; addens, quid ſibi de hac re videretur, tùm ille, ſe curſim cognouiſſe, Campioni argumenta inniti Euclidis demonſtrationibus; vtatur verò illis, an abutatur, ſe non poſſe tam temerè dijudicare. Hæc dicta me ad reuiſendas libelli propoſitiones excitauit, non vtiq; vt, Alexandri Campioni Mathematici Maioris exemplo, laboranti problemati ſuccurrerem; fateor enim meas vires tanto operi pares non eſſe, cum ego potiùs, quàm oleum, & operam perdere, ſatius ducam, aſſentiri carminibus celeberrimi Viri Franciſci Vietæ canentis.

**Lege Geometrica quisquis duce conftruit, vnum**

**Ad duo, quæ data sunt puncta, capit medium.**

**Sed medium duplex illum reperire necesse est,**

**Quem mouet augendi fabrica iussa Cubi.**

**Tu numerare potes, numerosq; resolvere? binis**

**Soluere de medijs arte Problema potes.**

**Septa Geometræ non egressurus, id ipsum**

**Tentas? in vanum te, miser, excrucias.**

**Quæ causa? an illa hæc ars est præstantior arte?**

**Quodq; potest numerus, linea nonne potest?**

**Est data principium numeri monas, illius omnes**

**Ad numeros ratio est nota subinde datos.**

**Sed nulla est ex se data linea, quæque relata est,**

**Quod punctum sola mente subest minimum.**

**Sic, cum principium mensuræ circulus extet,**

**Ponitur ad radium quemlibet ille datum.**

**Qui verò exercet numeros, malè collocat horas,**

**Si rectum curuo conciliare studet.**

**Nempe est ad minimam cycloides linea rectam,**

**Ad monadem sicut maximus est numerus.**

**Infinita Dei vis non datur, vt datur vnus,**

**Nec punctum est Coeli terra quod omnis habet.**

**Hæc ego perpendens mysteria Numinis alti,**

**In Scirpo nodum quærere non statuo.**

Sed potius, vt viderem: si quid esset in dicto libello, quod venustate, quod nouitate, quod utilitate sua prædictæ propositionis notam tege-  
ret, locumq; permetteret excusationi illi, Quandoque Bonus dormitat  
Homerus; sed quot vidi propositiones, tot inueni paralogismos: sunt  
enim viginti quinque propositiones, & non plures, vigintiquinque  
paralogismis, immò multò pluribus, innixæ. Quod omnibus mani-  
festum fieri è re publica esse censui, ne cæcutientes Geometræ, ob ty-  
porum auctoritatem, in eundem errorem traherentur; quod de pe-  
ritis Geometris non est dubitandum, quibus iam cognitos esse hu-  
iusce libelli paralogismos scio; cum quilibet, qui animaduertere ve-  
lit, licet non nisi mediocriter in Mathematicis versatus, cognoscere  
possit; Sed ne imperitorum turba laboretur, maximè cum viderim  
oculis Campioni à propositionibus illis obiectam glaucômam, vt  
cæco monstrante viam cum ductore licet admonitus videatur velle  
in foueam cadere.

Sed

Sed ad rem, libellumq; redeamus. Qui nuncio omnibus machinamentis Antiquorum remisso, ac simul Vietæo Postulato expulso (ò audax dictum) aggreditur illa construere ijs tantum, quæ communis Euclideæ Scholæ amplectitur, admissis principiis, quæ hucusq; vndecim Summi illi Artifices, Eudoxus, Plato, Hero, Apollonius, Diocles, Pappus, Sporus, Menechmus, Archytas, Eratosthenes, ac denique Nicomedes, ut videre est apud Eutocium in Commentariis ad Archimedem de sphaera, & Cylindro, non ratione, sed instrumento tantum constituerunt. Cuius libelli ordo est qualis ab Auctore in sua præfatione describitur, in hæc verba.

*Opusculi itaque huius Ordo erit,*

*Ut per aliquot Problemata doceatur, quo pacto legitimè data recta linea inter connexum peripheria, & eiusdem circuli eductam diametrum, aptari possit, ut ad datum pertineat punctum.*

*Deinde breuiter construentur duo problemata à Marino Ghetaldo insoluta, in suo Variorum relicta.*

*Postea Divisio tripartita anguli cuiuslibet succedet plani.*

*Istis adnectentur aliqua problemata Vietæ in supplemento, & restituta per germanam constructionem dabuntur. Et ita totum illud supplementum intra leges Geometricas transferemus,*

*Heptagonum postea efformare monstrabimus, non unica Methodo. Similiter, & Enneagonus delineabitur.*

*Uterius noua, ac generali forma, non tantum angulus rectilineus tripartito, sed quintu, & septuarius; imò in quavis alia ratione, in qua circulum diuissse constabit, dirimetur geometricè.*

*Præterea duas medias inter extremas in serie quatuor linearum, inuenire docebimus per plana geometricè: Vnde resultabit ipsamet efformatio Cubi in quacunq; ratione proponatur; Quod erit verè per Plana Antiquum illud, ac famosum Problema absoluerè.*

*Et paucis additis finem Opusculi faciemus.*

In septem igitur partes ab ipso auctore diuiditur opusculum, quarum prima, secunda, tertia, quarta, & quinta sexè tota, vnica tantum parte includi possunt, cum ad primam reducantur, in qua per aliquot problemata docet, *Quo pacto legitimè data recta linea, inter connexum peripheria, & eiusdem circuli eductam diametram aptari possit, ut ad datum pertineat punctum.*

Hanc partem Auctor per sex problemata absoluit, quorum quodlibet nititur argumentis, in quibus est fallacia petitionis principij:

Quare

Quare non per syllogismos, sed paralogismos argumentatur, sed non probat.

Hæc pars, quam absoluit Vieta postulans ad supplendum Geometriæ defectum sibi concedi A quouis puncto ad duas quasvis lineas, rectam ducere interceptam ab ijs præfinito possibili quocunq; intersegmento, absoluitur à Vitellione in sua Optica lib. 1. duabus propositionibus, quarum altera, quæ est centesima, & vigesima octava, Geometricè, & per plana demonstratur; altera verò per Conica expeditur, quam effectiorem esse geometricam minori cum culpa credit Bartholomæus Souerus lib. 5. proportionis curui, & recti, à Pappo difficiens quàm hic noster Auctor, qui illam paralogizans ad geometricam formam reducere conatur. Et sanè usque adeò paralogismis indulget, ut ne quid esset in toto opusculo rectè demonstratum, illud ipsum, quod Vitellio geometricè ostendit, assumpto diuerso medio à Vitellione, non solum non probat, sed fallaciam construit, qua & ipse decipitur, & imperitos in sequentibus propositionibus decipit, quod, ut innotescat, Auctoris textum fidissimè ad verbum reddam diuerso charactere, ut distinguatur. Sic igitur.

*Propositio Prima.*

*Problema primum.*

**D**ato in semicirculi peripheria, puncto, & linea externa; Hanc aptare intereductam diametrum, & circuli connexum oportet, ut ad punctum in peripheria datum pertineat.

Generale problema hoc illud est, ad quod synceriores Geometra, alterius problematis solutionem de plani cuiuslibet anguli trisectione, in æquas referunt partes, ut à generibus longè extraneis permixtam expurgarent Geometriam.

Generale problema ad trisectionem anguli retilinei cuiuscunq; in æquas partes, non hoc est, sed aliud generalius, nempe Vietæum postulatam, à quouis puncto ad duas quasvis lineas, rectam ducere interceptam ab ijs præfinito possibili quocunq; intersegmento. Nam illa angularis trisectio obtinetur etiam aptando lineam æqualem semidiametro circuli dati, quæ intercipiatur inter concavam circuli peripheriam, & lineam à centro semicirculi eductam in duos quadrantes semicirculum diidentem, ut ad datum in semicirculo punctum perueniat. Item aptando æqualem datæ inter duas rectas concurrentes, & indefinitè continuatas, ut demonstrabimus ad propositionem nonam huiusce libelli.

*Ha.*



*Habes itaq; Symptomata non pauca, quorum opportuna magis, ut perspicacius concipiantur per distincta nos afferemus problemata. Caterum deinceps methodo prorsus diuersa anguli plani trisectionem, & ulterius demonstraturi. Problema itaq; ut proponitur, diuersificari ex datis potest: vel quia externa linea maior, minor; aut aequalis exponatur semidiametro circuli, & assignatum in peripheria punctum, in vertice quadrantis citra, vel ultra cadere potest.*

Quod vniuersaliter proponit, determinat; & quot facit casus, tot constituit propositiones. Et cum faciat casus sex; tres respectu situs puncti in semicirculo, seu sit in quadrantis vertice, seu citra, seu ultra verticem; & tres respectu lineæ comparatæ cum circuli semidiametro, prout habeat proportionem, vel æqualitatis, vel maioris, vel minoris inæqualitatis, constituit demonstrandum in hac propositione, quando punctum est in quadrantis vertice, & data linea habet ad semidiametrum quamcunq; proportionem inæqualitatis, seu maioris, seu minoris: Nam ita format hypothesim. *Sit primo loco in dato semicirculo A B D punctum in quadrantis vertice D, & linea externa G, maior, aut minor semidiametro.*

Fig. 3.

Quam hypothesim præcedere debuit propositio hoc modo, quotiescunque tot propositiones faciendæ fuissent, quot facit casus, quod est frustratorium.

Dato in semicirculo puncto in quadrantis vertice, & linea externa hanc aptare inter eductam diametrum, & circuli conuexum, ut ad punctum datum pertineat, vel potius Vitellionis verbis vtendo propositione 128. lib. 1. suæ Opticæ.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto æqualiter distante à terminis diametri: possibile est ab eodem puncto ad diametrum eductam extra circulum ducere lineam rectam, quæ à circumferentia circuli extra circulum vsq; ad concursum cum diametro sit datæ lineæ æqualis.

Quod sequenti demonstratione docet, & addo demonstrationem, ut auctoris nostri paralogismi magis elucescant,

Esto data linea Q E, & datus circulus B A G, cuius diameter G B, & punctum datum in circuli circumferentia æqualiter distans ab extremis terminis diametri sit A. Dico, quod possibile est ab A puncto duci lineam vsque ad eductam diametrum G B, cuius pars à circumferentia circuli extra circulum, vsque ad concursum cum diametro, sit æqualis datæ lineæ Q E. Ducantur rectæ A B & A G, quæ  
erunt

Fig. 1.

erunt æquales ex hypotheti, & addatur lineæ  $QE$  linea talis, vt id, quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam, æquale sit quadrato lineæ  $AG$  per præcedentem, & fit adiuncta  $EZ$ . Quare  $QZ$  erit maior, quàm  $AG$ ; &  $EZ$  minor. Producat ergo linea  $AG$ , donec fiat æqualis  $QZ$ , & sit  $AGC$ , & centro  $A$  distantia  $AGC$  fiat circulus, qui secabit diametrum  $BG$  productam, & secet in puncto  $D$ , & ducatur linea  $AD$ , quæ necessario secabit circulum. Si enim non secaret, cum  $AG$ , &  $AB$  sint æquales, esset parallela diametro. Secet ergo in puncto  $H$ , & ducatur linea  $GH$ , erunt quadranguli  $BAHG$  in circulo descripti anguli oppositi  $ABG$ , &  $GHA$  æquales duobus rectis. Sed angulo  $ABG$  æqualis est angulus  $AGB$ . Ergo angulus  $AGB$  cum angulo  $GHA$  æquabit duos rectos. Sed angulus  $AGB$  cum angulo  $AGD$  est æqualis duobus rectis: Angulus igitur  $AGD$  est æqualis angulo  $AHG$ , & erunt duo trianguula  $AHG$ , &  $AGD$  similia, cum angulus  $AHG$  sit æqualis angulo  $AGD$ , & angulus  $HAG$  communis, reliquus  $HGA$  erit æqualis reliquo  $ADG$ , & consequenter, vt  $DA$  ad  $AG$ , ita est  $AG$  ad  $AH$ ; & rectangulum, quod fit ab extremis  $DAH$  erit æquale quadrato mediæ  $AG$ . Sed  $DA$  est æqualis  $AC$ , &  $AC$  æqualis  $QZ$ . Ergo  $DA$  est æqualis  $QZ$ . Sed quod fit ex  $QZ$ , in  $ZE$  æquale est quadrato  $AG$  per constructionem; & quod fit ex  $DA$  in  $AH$  eidem quadrato  $AG$  æquale, erit linea  $AH$  æqualis lineæ  $ZE$ , & linea  $HD$  æqualis lineæ  $QE$ , quæ est linea data à dato puncto ad concurrsum diametri  $BG$  sic producta, vt à diametro, & conuexa circuli peripheria intercipiatur. Quod faciendum erat.

Quæ demonstratio tota germana est, & vera, geometricisq; cancellis terminata: quia tamen longior videri potest, aliam faciliorem subdemus, quæ, vt pote recta, erit iuxta Aristotelem non solum mensura sui, sed etiâ obliqui: ex illa enim fallaciæ auctoris detegentur.

Fig. 2.

Sit data recta  $GH$ , & semicirculus  $ACB$ , cuius diameter  $AB$ , & centrum  $D$ , à quo perpendicularis erigatur  $DC$  diuidens semicirculum in duos quadrantes  $AC$ , &  $CB$ . Oportet inter eductam diametrum, & circuli conuexum aptare lineam æqualem datæ  $GH$ , itaut pertineat ad punctum  $C$ . Ducatur linea  $AC$ , quæ media proportionalis ponatur inter duas, quarum differentia sit linea data  $GH$ , & sit maius extremum inuentum  $GI$ , & minus extremum  $IH$ . Quare quod fit sub  $GI$ , in  $IH$  erit æquale quadrato rectæ

$AC$

A C, & G I erit maior, quàm A C, & H I minor. Quare si inter-  
uallo G I, & centro C describatur circulus, secabit diametrum pro-  
ductam; & secet in F, ducta C F erit æqualis rectæ G I, quæ semi-  
circulum secabit, nam aliter esset parallela rectæ A B. secet in E.  
Dico rectam F E esse æqualem rectæ datæ G H, & E C rectæ A I.  
Quia quadratum rectæ F C æquatur quadratis rectarum F A, &  
A C, vna cum duplici rectangulo sub F A in A D. idest rectangulo  
sub F A in A B. Sed rectangulum sub F A in A B vna cum quadrato  
rectæ F A æquatur rectangulo sub F B in F A, erit rectangulum  
sub F B in F A, vna cum quadrato rectæ A C æquale quadrato  
rectæ F C; idest rectangulo sub F C in C E, & rectangulo sub C F  
in F E. Sed rectangulo sub C F in F E æquale est rectangulum sub  
F B in F A. Ergo rectangulum sub F C in C E erit æquale qua-  
drato rectæ A C; idest rectangulo sub G I in A I. Sed F C æqua-  
tur G I: ergo etiam E C æquabitur rectæ H I, & F E datæ G H.  
Quod erat demonstrandum.

Similiter construit auctor, sed ad demonstrandum diuerso, & du-  
plici modo se præparat. Sequitur primus modus.

*Sit primo loco in dato semicirculo A B D, punctum in quadrantis ver-  
tice D, & linea externa G maior, aut minor semidiametro. Oporteatq;  
à puncto D lineam ducere; itant conueniens cum B A.educta dia-  
metro, pars illa, que erit à conuexo circuli intercepta, fiat aqua-  
lis data linea externa G. Ducatur linea A D; & hac ponatur, ut mè-  
dia inter duas extremas, quarum differentia statuatur linea data G; &  
per lemma præmissum inueniantur extrema, sitq; maior D F minor D E;  
& à puncto D ducatur linea D F, donec concurrat cum B A; sit con-  
cursus in F (quod autem conueniant necesse est: nam angulus F C D  
rectus est, F D C recto minor) & super D F scribatur semicirculus, in  
quo ponatur F H linea aequalis linea tangenti à puncto F circuli A D B,  
& iunctis H E, D H. Dico, quod F E linea est aequalis data externa  
G: In semicirculo namque F H D angulus H rectus est; & duo rectan-  
gula D F E, & F D E æquantur D F quadrato, sed rectangulum D F E  
æquatur quadrato linea F H. Ergo reliquum quadratum D H æquale  
remanet reliquo rectangulo F D E; & idem rectangulum F D E æquale  
fuerat quadrato linea A D. Ergo & linea A D, D H sunt æquales; &  
tres linea proportionales F D, D H, D E. Quare duo triangula, quæ  
habent circa eundem angulum F D H latera proportionalia; nempe  
triangulum F D H, & triangulum D H E, erunt æquiangula, & simili-*

Fig. 3.

B

lia;

lia; & cum in triangulo  $F D H$  angulus  $F H D$  sit rectus; & alter angulus in triangulo  $D H E$  huic relatus, rectus erit; scilicet angulus  $D E H$ . Ergo trium proportionalium extrema sunt  $F D$ ,  $D E$ ; & illarum differentia sit  $F E$ . At earundem extremarum differentia in constructione fuerat linea  $G$ : idèd  $F E$ , &  $G$  erunt aequales. At  $F E$  persinet ad datum punctum in circumferentia  $D$ ; & factum erit, quod oportuit.

Hic demonstratur conclusio per propositiones, quæ non monstrantur, nisi cum hæc conclusio facta fuerit: vna enim ex propositionibus, quæ assumuntur, est rectangulum  $F D E$ , æquale esse quadrato lineæ  $A D$ , quod esse non potest, nisi quotiescunque factum sit, quod est faciendum; hoc est, nisi linea  $F E$  sit æqualis lineæ datæ  $G$ , quod, quando factum non sit, non amplius vera erit assumpta propositio, ut patet, si ponatur  $F E$  maior, vel minor data linea  $G$ .

Sit primo  $F E$  maior, quam  $G$ ; erit  $D E$  plus  $F E$  maior, quam  $D E$  plus  $G$ ; & idcirco rectangulum factum sub  $D E$  plus  $F E$  in  $D E$  maius rectangulo facto sub  $D E$  plus  $G$  in  $D E$ ; Sed  $D E$  plus  $G$  in  $D E$  per constructionem æquale est quadrato lineæ  $A D$ . Ergo rectangulum sub  $D E$  plus  $F E$  in  $D E$  erit maius quadrato lineæ  $A D$ , & non æquale.

Sit secundo  $F E$  minor, quàm  $G$ , erit  $D E$  plus  $F E$  minor, quàm  $D E$  plus  $G$ ; & idcirco rectangulum factum sub  $D E$  plus  $F E$  in  $D E$  erit minus rectangulo facto sub  $D E$  plus  $G$  in  $D E$ . Sed  $D E$  plus  $G$  in  $D E$  per constructionem æquale est quadrato lineæ  $A D$ . Ergo rectangulum sub  $D E$  plus  $F E$  in  $D E$  erit minus quadrato lineæ  $A D$ , & non æquale.

Hinc patet, ut rectangulum  $F D E$  æquale sit quadrato lineæ  $A D$ , necesse esse lineam  $F E$  æqualem esse lineæ  $G$ , quod faciendum. Quare assumptæ propositiones probantur per conclusionem faciendam, quæ facta sit; & hoc argumentum est ex genere eorum, quæ non demonstrant propositum, & ut Aristotelis verbis loquar lib. 2. Prior. cap. 21.; & dicitur peti, quod in principio, cum demonstret per ea quæ nata sunt monstrari per id, quod demonstrandum. Veluti si  $A$  monstraretur per  $B$ ,  $B$  autem per  $C$ ,  $C$  autem natum esset monstrari per  $A$ . Accidit enim ita ratiocinantes ipsum  $A$ , per se ipsum monstrare, dicentes vnumquodque esse, si est vnumquodq; & ita omne erit per se ipsum cognoscibile, quod impossibile.

Neque vero defendere se potest auctor dicendo, iam ex constructione.

F I

atione pateret lineam FE esse æqualem datæ G. Nam licet sit verum, quod prius posuerit lineam FE æqualem datæ G; & ex illa, tanquam ex differentia extremarum; atque ex AD, tanquam media, inuenerit extremas FD maiorem; & DE minorem: tamen, quando postea à puncto D applicatur DF, vt conueniat cum diametro producta, non patet, quòd ista DF secet peripheriam in puncto E antea inuento; & si hoc pateret, superflua esset tota posterior demonstratio: nam pateret propositum ex constructione; nec sufficit punctum illud, in quo DF secat peripheriam signare in carta per litteram E: Nam hoc non ostendit tale punctum esse illud idem punctum E antea positum. Isti enim characteres, sicut & nomina, sunt ad placitum. Debuisset igitur auctor, aut maiorem extremam inuentam per præcedens lemma ponere separatim, & illi æqualem applicare à puncto A, vt conueniret &c. (Quemadmodum superius nos cum Vitellione fecimus) & postea probare segmentum huius lineæ applicatæ interceptum inter diametrum, & peripheriam esse æquale datæ G: Vel certè, si volebat illam eandem maiorem extremam inuentam applicare à puncto A, debuisset punctum illud, in quo DF secat peripheriam, signare alia litera v. g. K, & postea probare FK esse æqualem FE; ac proinde punctum K, & E esse vnum, & idem. Sed videamus, an eodem modo Auctor seipsum fallat in hac secunda demonstratione.

*Aliter.*

**I**N consimili schemate, & iisdem suppositis pro constructione; Quoniam rectangulum BFA una cum quadrato AC est æquale quadrato FC, si virisq; addatur DC quadratum, erit rectangulum BFA cum duobus quadratis AC, CD, hoc est quadrato AD æquale quadratis FC, CD; idest quadrato FD, aut per interpretationem duobus rectangulis DFE, FDE. Sed rectangulum FDE æquale ex constructione est quadratis duobus AC, CD, siue uni quadrato AD. Ergo rectangulum FDE constabit ex extremis proportionalibus, quarum DA media est. Ideo FD, DA, DE, proportionales, & extremarum differentia sit FE, quæ intercipitur à conuexo peripheria, & diametro educta. Sed earundem extremarum differentia fuerat ex constructione extrema data G. Ergo FE, & ipsa G æquales sunt. Conueniunt itaq; ambo ad integrandam analogiam trium proportionalium stante media eadem. Sed pertinet FE ad punctum in peripheria datum. Ergo factum est, quod oportuit.

Fig. 4.

B 2 Hic

Hic variatur demonstratio, sed non fallacia: nam assumit rectangulum  $FDE$  æquale esse ex constructione quadratis duobus  $AC$ ,  $CD$ , siue vni quadrato  $AD$ , quod monstrari non potest, nisi prius linea  $FE$  facta sit æqualis lineæ datæ  $G$  (Quod est faciendum) & est petitio principij, & si ab Aduersario dicatur  $FE$  maior, vel minor data  $G$  eodem modo, vt ostendimus superius, procedet argumentum: scilicet rectangulum  $FDE$  maius, vel minus fore quadrato  $AD$ , & non æquale. Sed ad Auctoris propositionem secundam, & tertiã.

*Propositio secunda.*

*Problema secundum.*

**D**ato puncto in peripheria ultra quadrantis verticem, & linea externa, quæ iterum sit semidiametro maior: illud idem efficere.

**Fig. 5.** Sit semicirculus  $ADB$ , in eo punctum  $D$  linea externa  $G$  maior semidiametro  $AC$ . Accipiat in quadrantis vertice punctum  $H$ , & ducatur  $AH$ ; eiusq; quadratum, a quadrato iuncta  $AD$  auferatur, vt sit illorum differentia, quod possit linea  $DI$ , quæ ad rectos angulos ponenda est super  $AD$ , & iuncta  $AI$ , hac media fiat inter extremas, quarum differentia sit linea externa data  $G$ , inuentisq; extremis maior sit  $DF$  minor  $DE$ . A puncto deinde  $D$  linea ducatur  $DF$ , donec in diametrum  $BA$  productam occurrat, & sit concursus in  $F$ . Circa  $DF$  diametrum descriptus eat circulus  $DKF$ ; Postea à puncto  $F$  intelligatur ad semicirculum ducta linea tangens, quæ sit æqualis  $FK$ . Ducantur deinceps  $KE$ ,  $DK$ . Dico quòd portio linea  $DF$ , scilicet  $FE$ , quæ cadit inter peripheria  $ADB$  conuexum, & eiusdem circuli diametrum æqualis erit datæ lineæ  $G$  externa. Quoniam  $FK$  æqualis est tangenti circulum  $AD$  à puncto  $F$  eius quadratum æquale erit rectangulo  $DFE$ . Sed hoc rectangulum unum cum altero  $FDE$  rectangulo sunt quadratum  $DF$ , & hoc æquatur duobus quadratis  $FK$ ,  $DK$ : Igitur quadratum  $DK$  æquale fiet rectangulo  $FDE$ ; & rectangulum  $FDE$  æquale fuit factum quadrato  $AI$ . Ergo  $AI$  quadratum æquale sit quadrato  $DK$ , & linea linea. Vnde tot erunt lineæ proportionales  $FD$ ,  $DK$ ,  $DE$ , quæ in duobus triangulis  $DFK$ ,  $DEK$ , circa eundem angulum  $FDK$  consistunt. Ergo triangula illa sunt similia, & equiangula. In triangulo verò  $FDK$  angulus in semicirculo rectus est: Ideo in altero triangulo  $DK E$  eius correlatiuus  $DEK$  rectus erit: Linea igitur  $KE$  perpendiculariter super  $DF$  in puncto  $E$  cadit. Et linea  $FE$  sit differentia extremarum  $FD$ ,  $DE$ , quarum  
media

media est  $DK$ , sive  $AI$ ; At in constructione linea  $G$  differentia illarum assumebatur. Igitur  $G$ , &  $FE$  aequales sunt. Pertinet vero  $FE$  ad punctum in peripheria  $D$  datum. Et hoc erat faciendum.

Propositio tertia.

Problema tertium.

**D**ato puncto in peripheria circuli citra quadrantis verticem, & linea externa, quæ sit adhuc semidiametro maior: illud idem efficere.

Sit semicirculus, in eo punctum  $D$  citra verticem quadrantis, & linea externa  $G$  maior semidiametro  $AC$ . Ducatur  $AD$ , & in  $H$  bisariam semicirculus diuidatur, iunctaq; linea  $BH$ , sumatur differentia quadratorum  $BH$ ,  $AD$ , & sit, quod potest linea  $DK$ , quæ media accipiatur trium proportionalium, quarum differentia extremarum sit  $G$  externa data, inuentisq; extremis ex lemmate sit maior  $DF$ , minor  $DE$ ; & à puncto  $D$  in semicirculo dato, ducatur  $DF$ , ut concurrat cum protracta diametro  $BA$ , & in  $F$  puncto sit concursus.

Fig. 6.

Dico, quod  $FE$  eius pars inter convexam peripheriam, & diametrum eductam, æqualis est datae externæ  $G$ . Demonstratio prorsus fiet ut supra, quæ etiam repetere non piget. Circa  $DP$ , semicirculus eat, &  $FK$  æquetur lineæ tangenti à puncto  $F$  circum  $A, D, B$ : Ideo tres sunt proportionales  $DF$ ,  $FK$ ,  $FE$ ; & rectangulum  $FDE$  potest etiam quadratum  $DK$ . Sic iterum in analogia sunt  $FD$ ,  $DK$ ,  $DE$ . Quare in triangulis  $FDK$ ,  $DK E$ , cum proportionales sint circa eundem angulum  $FDK$ , sunt similia, & æquiangula triangula; & idcirco angulus  $DEK$  rectus, & trium proportionalium  $FD$ ,  $DK$ ,  $DE$ , differentia extremarum est  $FE$  externa, & pertinet ad punctum datum  $D$ . sed eadem differentia erat in constructione linea  $G$ . Ergo æquales evadunt linea  $FE$ , &  $G$ . & factum erit, quod oportuit.

Hæ duæ propositiones differunt à prima tantum per constructionem; Nam in prima media proportionalis inter extremas, quarum differentia est linea data, ponitur subtensa quadranti. In secunda ponitur linea potens quadratum subtensæ arcui quadrante maiori inter diametrum, & punctum datum, intercepto; & id, quo hæc subtensa plus potest, quam subtensa quadranti. In tertia vero linea potens differentiam quadratorum subtensæ quadranti, & subtensæ arcui quadrante minori inter diametrum, & datum punctum intercepto. Sed quocumq; modo mutet constructionem, eodem semper modo in suis.

argu-

Fig. 7.

argumentationibus præmittit propositiones, quæ non demonstrantur, nisi sit factum, quod faciendum, ut in secunda, si quadratum rectæ  $AI$ , & in tertia quadratum rectæ  $DK$  æquari debeat rectangulo  $FDE$ , oportet, ut  $FE$  sit æqualis datæ  $G$ , quod faciendum, & sumitur factum; & quotiescunque sit maior, vel minor, quam data  $G$ , argumentum procedet eo modo, quo ostendimus procedere ad primam propositionem. Neque ex eodem puteo aqua aquæ similior sumi potest, quam huic argumento, argumentum, quo Aristoteles hanc fallaciam explicat: ut, si quis velit demonstrare lineas  $AB$ , &  $CD$  esse parallelas, assumat ad id demonstrandum, quod linea  $EF$  incidens faciat angulos alternos  $AEF$ , &  $EFD$  æquales per 27. lib. pr. Euclidis; cupiens verò probare angulos  $AEF$ , &  $EFD$  esse æquales, prober, eò quòd sint parallelæ per 29. lib. pr. Euclidis. Quare petit, quod in initio probandum erat, id est lineas  $AB$ , &  $CD$  esse parallelas. Eodem modo argumentatur in quarta, quinta, & in quolibet symptomate propositionis sextæ, seruata semper eadem fallacia petitionis principij; quod, cum satis superq; pateat ex præmissis, non erimus longiores reassumendo singulas propositiones, sed hoc addâ, hæc demonstrationes, seu potius hanc demonstrationem, cum eadem sit in omnibus, theorematice, non problematicæ esse. Nam, cum problema sit propositio, quæ proponit aliquid ad faciendum. Theorema vero aliquid ad demonstrandum; unde problematis finis est constructio, vel inuentio: Theorematis verò cognitio causæ proprietatis, quæ inest propositæ quantitati; Et partes problematis sunt explicatio hypotheseos, si datum fuerit aliquid: constructio, siue inuentio quæsitæ, nonnunquam etiam preparatio ad demonstrandum; deinde demonstratio, qua ostenditur exhibita methodo necessariò quæsitum inueniri. Theorematis verò partes sunt explicatio hypotheseos, siue Datorum, explicatio quæsitæ, preparatio ad demonstrandum, quæ non semper est necessaria; deinde demonstratio, qua perspicuum fit, passionem, proprietatemq; de qua quæritur, inesse ijs, quæ proponuntur. Hic proponit aliquid facere, sed non docet; explicat hypothesim, quæ pars communis est problemati, & theoremati; non construit, neque inuenit quæsitum, quæ pars propria problematis: nam constructio, qua data media, & extremarum differentia inuenit extremas, non est quæsitum in hoc problemate, sed in præcedenti lemmate; cum quæsitum in hoc problemate sit linea, quæ æqualis datæ lineæ aptetur inter eductam diametrum, & circuli conuexum, & ad



& ad datum in peripheria punctum pertineat: hoc autem nec construit, nec inuenit, sed tantum ait, sit concursus in F, neque docet, quo modo FE sit æqualis datæ lineæ. Præparatio verò ad demonstrandum est communis, tam problemati, quam theoremati; & demonstratio tantum theorematis est: nam non demonstrat exhibita methodo necessario quæsitum inueniri, sed passionem, proprietatemq; quæ inest, hoc est rectangulum FDE esse æquale quadrato lineæ potentis differentiam quadratorum totius FD, & tangentis circum à puncto F ductæ. Quare proponi potest, vt theorema hoc modo.

## T H E O R E M A.

**S**I à dato in femicirculi peripheria puncto ducatur recta lineæ, quæ concurrat cum educta diametro. Rectangulum, quod describitur à tota, & ea parte lineæ, quæ circuli peripheria continetur, æquale est quadrato totius lineæ, minus quadrato rectæ lineæ, quæ à puncto concursus cum diametro ducta sit circum tangens. Vel vniuersalius.

Si ab aliquo puncto extra datum circum cadat in circum recta lineæ tangens; & altera, quæ ipsam secet, rectangulum, quod fit sub tota secante, & ea parte, quæ interius circuli peripheria comprehenditur, æquale est differentiæ quadratorum totius secantis, & tangentis.

Sit datum extra circum DEG punctum F, à quo ducantur duæ rectæ lineæ; altera scilicet FD secans, & tangens altera FG. Dico rectangulum FDE, quod fit sub tota secante, & ea parte, quæ interius circuli peripheria comprehenditur, æquale esse quadrato rectæ FD minus quadrato rectæ FG, hoc est differentiæ quadratorum totius secantis, & tangentis; Quia quadratum rectæ FD, æquatur rectangulo DFE, & rectangulo FDE per propositionem secundam libri secundi Euclidis, erit quadratum rectæ FD minus rectangulo DFE æquale rectangulo FDE. Sed rectangulum DFE æquatur quadrato rectæ FG per præpositionem 36. lib. 3. Euclidis. Ergo quadratum rectæ FD minus quadrato rectæ FG æquatur rectangulo FDE; hoc est quadratum totius secantis minus quadrato tangentis æquatur rectangulo, quod fit sub tota secante, & ea parte, quæ interius circuli peripheria comprehenditur. Quod demonstrandum erat.

Potest etiam elici hoc aliud Theorema.

Fig. 8.

## T H E O R E M A .

**S**I à puncto extra circulum datum ducatur recta linea circulum secans; & super tota secante describatur semicirculus, in quo à dato puncto aptetur recta linea æqualis rectæ lineæ tangenti à dato puncto circulum. Ab altero verò extremo aptatæ lineæ cadat recta linea super secantem in puncto, in quo secat circulum. Linea cadens ad secantem erit perpendicularis.

**Fig. 9.** Sit datum extra circulum  $ADE$  punctum  $F$ , à quo ducatur recta linea  $FD$  secans circulum in puncto  $E$ , super qua describatur semicirculus  $FGD$ , in quo aptetur à puncto  $F$  linea recta  $FG$  æqualis rectæ lineæ tangenti circulum ab eodem puncto  $F$  ductæ (quod autem possit aptari, patet: Nam cum rectangulum totius secantis in sui partem, quæ est extra circulum, sit æquale quadrato tangenti, erit tota secans maior, quam tangens: & ideo æqualis tangenti poterit aptari in semicirculo super tota secante descripto) Deinde à puncto  $G$  ducatur linea  $GE$ . Dico angulum  $GEF$  esse rectum. Ducatur recta  $GD$  erit angulus  $FGD$  in semicirculo rectus; & quia rectangulum  $DFE$  æquatur quadrato rectæ  $FG$ , erit, ut  $DF$  ad  $FG$ , ita  $FG$  ad  $FE$ . Considerentur iam duo triangula  $FGD$ , &  $FGE$ , quorum angulus ad  $F$  est communis, & circa communem angulum habent latera proportionalia  $FD$  ad  $FG$ , ut  $FG$  ad  $FE$ , erunt æquiangula per 6. lib. 6. Euclidis, & anguli erunt æquales, sub quibus homologa latera subtenduntur. Angulus igitur  $FEG$  erit æqualis angulo  $FGD$ , & consequenter rectus. Quod probandum erat. Hinc patet hisce propositionibus, non rectè paratum esse iter (ut auctor animosè promittit in sua adnotatione post tertium symptoma propositionis sextæ) ad geometricam constructionem illorum duorum problematum Marini Ghetaldi. Quorum Primum.

*Dato uno ex lateribus trianguli datum angulum verticis ambientibus, dataque differentia segmentorum basis inuenire triangulum. Alterum. Dato uno ex lateribus trianguli datum angulum verticis ambientibus, datoq; alterno basis segmento, inuenire triangulum.*

Quando angulus verticis datus non est rectus: Imò, si quid prius erat Geometris laboriosum ob Vietæum postulatum, vel ob mechanicas effectiones, nunc factum est omnino inuium: Nam a mechanicis recedens, geometricas affectiones non docet. Sic ad Æthiopas pergentem, ad Sauromatas dirigit, & glaciale Oceanum.

Quan-

Quando verò angulus datus est rectus, ea geometricè absolui possunt; sicuti etiam, ut auctor adnotat, ab ipso Ghetaldo foeliciter absoluntur, cuius opera, cum mihi hucusq; videre non contigerit, idcirco ipsorum solutionem addere non pigebit.

## P R O B L E M A.

**D** Ato vno ex lateribus trianguli rectanguli circa angulum rectum; & data differentia segmentorum hypotenusæ, quæ fiunt à perpendiculari, quæ in hypotenusam cadit ab angulo recto inuenire triangulum.

Sit latus datum B circa angulum rectum differentia segmentorum C. Oportet inuenire triangulum. Duplicem casum habet hoc problema: nam, vel latus datum est latus maius, vel minus, cum necesse sit, ut latera sint inæqualia, aliter nulla esset segmentorum differentia.

Fig. 10.

Placet in utroq; casu prius per zetetice æquationem inuenire, quam per exegetice problema efficere, ut postea facilius demonstretur, quando datus angulus non sit rectus, problema absolui non posse geometricè: Nam analysis semper in solidas æquationes incidit; & anguli trisectionem esse ex genere solidorum.

Sit igitur primo B latus maius datum, cuius quadratum erit æquale rectangulo sub maiori segmento, & tota hypotenusa. Sit maius segmentum A, cum segmentorum differentia data sit C, erit minus segmentum A minus C, & tota hypotenusa æqualis duplici A minus C, quæ ducta in maius segmentum erit id, quod sit sub duplici A minus C in A: Id est duplex quadratum A minus rectangulo sub A, & C æquale quadrato lateris B dati; & cum per communem diuisorem non immutetur æqualitas, erit quadratum A minus rectangulo sub semisse C in A æquale semissi quadrati lateris dati.

Sit secundo B latus minus datum, erit eius quadratum æquale rectangulo sub minori segmento, & tota hypotenusa. Sit minus segmentum A, cui si addatur data segmentorum differentia C, erit maius segmentum A plus C; & tota hypotenusa erit æqualis duplici A plus C, qua ducta in minus segmentum, erit id, quod sit sub duplici A, plus C in A. Id est duplum quadratum A plus rectangulo C in A æquale quadrato dati minoris lateris B; Et, si omnia diuidantur bifariam, erit quadratum A plus rectangulo, quod sit ex

Fig. 11.

C  
semisse

semisse C in A æquale semissi quadrati lateris dati. Ex duplici igitur positione lateris duplex inuenitur æquatio, quarum prima est quadrati adfecti multa plani sub latere: Secunda quadrati adfecti adiunctione plani sub latere, & vtraq; expeditur inueniendo extremas trium proportionalium, quarum data sit media, potens semissem quadrati lateris dati, & extremarum differentia est semissis differentiae datæ. nunc ad synthefim.

**Fig. 10.** Sit datum B latus maius trianguli rectanguli circa angulum re-  
rectum, & C differentia segmentorum. Oportet inuenire trian-  
gulum.

Fiat D potens dimidium quadrati dati lateris B, quæ ponatur me-  
dia in serie trium proportionalium, quarum differentia extremarum  
sit semissis differentiae datæ, & per lemma ab auctore præmissum sit  
inuentum maius extremum linea FI, à qua subtrahatur FH æqua-  
lis differentiae datæ, & producat in K, itaut HI sit æqualis IK:  
tum diuisa FK bifariam in M, interuallo FM describatur semicir-  
culus FLK, in quo à puncto F aptetur FL æqualis datæ B, &  
connectatur LK. Dico triangulum FLK esse triangulum quæsi-  
tum, & perpendicularem à puncto L in basim demissam cadere in  
puncto I; & segmenta FI, & IK differre per differentiam datam.  
Diuidatur FH in G erit FG æqualis semissi differentiae datæ; &  
cum D sit media proportionalis inter extremas, quarum maior ex-  
trema inuenta est FI, & extremarum differentia est FG, erit GI  
minor extrema. Quare quod sit sub GI, & FI, erit æquale qua-  
drato rectæ D; Sed FK est dupla rectæ GI: Nam FG est æqua-  
lis GH, & HI æqualis IK. Quod igitur sit ex FK in FI erit  
duplum quadrati rectæ D, & consequenter æquale quadrato lateris  
dati B; Sed FK est hypotenusula, FI est maius segmentum, quod  
differt à minori IK per FH, quæ est æqualis C differentiae datæ.  
Quia igitur super FK hypotenusula factum est triangulum rectangu-  
lum FLK, cuius alterum latus circa rectum est FL æquale dato  
lateri B cum rectangulum FK in FI æquale sit quadrato datæ B,  
seu æqualis FL, perpendicularis cadens à puncto L in basim FK  
cader in puncto I, & segmenta habebunt differentiam æqualem dif-  
ferentiae datæ C. Quod faciendum erat.

**Fig. 11.** Sit secundo B latus datum minus laterum trianguli rectanguli,  
circa angulum re-  
rectum, & C sit differentia segmentorum. Oportet  
inuenire triangulum. Fiat D potens dimidium quadrati dati lateris  
B, &

B, & ponatur media in serie trium proportionalium, quarum extrema differant per semissem differentiae datae C; Sitq; minus extremum inuentum per lemma ab auctore praemissum linea FI, & IK maius, à quo subtrahatur IA aequalis minori extremo inuento FL, & AK prorogetur in M, itaut KM sit aequalis ipsi AK, & diuisa tota FM bifariam in O interuallo FO describatur semicirculus FLM, in quo a puncto F aptetur linea FL aequalis datae B, & ducatur linea LM. Dico triangulum FLM esse triangulum quaesitum, à cuius angulo recto L linea perpendicularis in hypotenusam demissa cadet in puncto I, & secabit hypotenusam in duo segmenta, quorum erit differentia data. Quia FI est minus extremum, & IK maius trium proportionalium, quarum media est D, & differentia extremarum semissis differentiae datae, & IA aequatur FI, erit AK differentia extremarum aequalis semissi differentiae datae; & cum FI aequetur rectae IA, & AK rectae KM, erit tota FM dupla rectae IK; & rectangulum, quod fit ex FM in FI, erit duplum rectanguli, quod fit ex KI in FI; Sed rectangulum, quod fit ex KI in FI est aequale quadrato rectae D. Ergo rectangulum, quod fit ex FM in FI erit duplum quadrati rectae D, & consequenter aequale quadrato rectae B, seu FL. Cum igitur super FM hypotenusam factum sit triangulum rectangulum FLM, cuius alterum latus datum circa rectum est FL aequale dato lateri B, & rectangulum FM in FI aequale sit quadrato rectae FL; perpendicularis cadens à puncto L in basim FM cadet in puncto I, & secabit basim in duo segmenta habentia differentiam datam: nam FI est aequalis IA, & ALM aequalis differentiae datae, est enim dupla ipsius semissis AK. Quod faciendum erat.

Ex his elicitur, quando datum latus est maius latus, circa angulum rectum, oportere differentiam posse subtrahi ex maiori trium proportionalium, quarum media sit linea potens dimidium quadrati lateris dati, & extremarum differentia sit semissis differentiae datae.

## PROBLEMA ALTERVM.

**D**ato vno ex lateribus trianguli rectanguli datum angulum rectum ambientibus; datoq; alterno hypotenusae segmento, quod fit à perpendiculari in hypotenusam ab angulo recto cadente: inuenire triangulum.

Sit datum latus  $B$  circa rectum, & alternum hypotenuse segmentum  $C$ . Oportet inuenire triangulum, quia rectangulum, quod fit à tota hypotenusa in illud segmentum, quod lateri dato adiacet, æquale est quadrato lateris dati. Sit  $A$  segmentum inueniendum, quod adiacet lateri dato, erit  $C$  plus  $A$  hypotenusa; & quod fit sub  $C$  plus  $A$  in  $A$ ; idest rectangulum  $C$  in  $A$  plus  $A$  quadratum, æquabitur quadrato lateris dati  $B$ , & inuenta est æquatio Quadrati adfecti adiunctione plani sub latere. Quare ad synchesim.

Fig. I 2. Sit  $B$  latus datum circa angulum rectum, &  $C$  alternum hypotenuse segmentum. Oportet inuenire triangulum. Ponatur  $B$  media in serie trium continuè proportionalium, quarum extremarum differentia sit data recta  $C$ . Sitq; minus extremum inuentum recta  $DA$ , quæ prorogetur ad  $F$ , itaut  $DF$  sit æqualis dato segmento  $C$ : tum  $FA$  bifariam diuisa in  $H$  interuallo  $FH$ , describatur semicirculus  $FGA$ , in quo à puncto  $A$  aptetur recta  $AG$  æqualis lateri  $B$ , & ducta  $GF$  compleatur triangulum. Dico  $AGF$  esse triangulum quæsitum. Quia  $DA$  est minus extremum trium proportionalium, quarum media est  $B$ ; &  $C$ , cui posita est æqualis  $DF$ , est differentia extremarum, erit  $FA$  maius extremum; & quod fit à tota  $FA$  in  $AD$ , erit æquale quadrato datæ rectæ  $B$ , seu æqualis  $AG$ : à puncto igitur  $G$  demissa perpendicularis in hypotenusam cadet in puncto  $D$ , & factum erit triangulum, cuius vnum latus circa rectum erit  $AG$  æquale lateri  $B$ , & alternum hypotenuse segmentum erit  $FD$  æquale  $C$ . Quod faciendum.

Si vero angulus datus verticis non determinetur, vt sit rectus, sed arbitrariò detur, vel acutus, vel obtusus, tunc deficit Geometria, supplendumq; est ipsius defectui. Neq; hucusq; suppletum est, licet hic noster nouus Archimedes, in sua adnotatione post sextam propositionem in hæc verba prorumpat.

*Libet attamen antequam principale illud problema de anguli trisectione à nobis proponatur, solutionem adferre ad duo quæsitæ, & insoluta problemata à Marino Ghetaldo in suo variorum relicta, quæ quidem, nec ipse, qui post eadem euulgata superfuit ad quadrantem sæculi, nec quisquam aliorum soluit: Et sanè ex tunc datis construi non poterant. Nunc verò ex superius à nobis deductis nullo negotio perficiuntur. Diceres Virum hunc habere anulum Gygis, cum adeo mirabilia operetur, sed quam fideliter hæc prolata sint, nunc videbimus. Sit igitur.*

## Propositio septima.

## Problema septimum.

Idest primum duorum Ghetaldi.

**S**IT semicirculus  $A D B$ , in quo centrum  $C$ , & angulus datus sit, Fig. 13.  
 vel fiat  $A C D$ . Linea vero data sit  $C D$  ad angulum verticis,  
 & differentia segmentorum basis  $G$ . Vt triangulum igitur ex hisce da-  
 tis construatur. A puncto in peripheria  $D$  dato, & linea externa  $G$   
 ducatur  $D F$  ex aliquo ex supra expositis congruo problemate, adeo  
 ut externa linea  $F E$  aquetur  $G$  data. Dico triangulum quaesitum  
 esse constructum: Nam, si ducatur perpendicularis  $C H$  super  $D F$ ,  
 differentia segmentorum. basis  $D F$  sit  $F E$ , hoc est  $G$ . Quod erat  
 intentum.

In constructione huius demonstrationis applicat à puncto in pe-  
 ripheria dato, inter eductam diametrum, & circuli conuexum lineam  
 $F E$  æqualem datæ differentię segmentorum  $G$  per aliquod con-  
 gruum problema ex supra ab ipso expositis, de quorum problema-  
 tum incongruentia, cum iam satis simus edocti, patet in hac demon-  
 stratione falli ob fallacem constructionem. Sed ad octauam.

## Propositio Octaua.

## Problema octauum.

Idest secundum duorum Ghetaldi.

**S**IT semicirculus  $A D B$ , & in eiusdem centro  $C$ , datus ponatur Fig. 14.  
 angulus  $A C D$ : Latus verò illud constituens fiat semicir-  
 culi semidiameter, & linea  $G$  alternum segmentum baseos: pariter ex  
 aliqua ex nostris propositionibus visupra congrua ipsi puncto in peri-  
 pheria  $D$  ducatur linea  $D F$ , ut conueniens cum protracta  $B A$  in  
 $F$ , pars intercepta  $F E$  equalis fiat exposita  $G$ ; & triangulum qua-  
 situm erit constructum, cum segmenta baseos sint  $D E$ ,  $F E$ , & alter-  
 num aquetur  $G$ . Vt oportuit.

Tanta est congruentia problematum ab hoc auctore inuentorum,  
 ut problemata ista dici possint cothurno versatilia. Nam omnibus  
 geometricis propositionibus aptantur, quod in hac propositione per-  
 spicuum fit, cuius solutioni aptat problemata à se inuenta, sed non de-  
 monstrata, licet problematibus illis, & huic propositioni nihil sit com-  
 mune: linea enim  $F E$ , quæ aptatur intra conuexum peripherię se-  
 micirculi  $A D B$ , & eductam diametrum, non est alternum segmen-  
 tum basis, quæ secetur à perpendiculari, quæ cadit ab angulo dato in  
 basim

basim (de quibus segmentis intelligenda est Ghetaldi propositio, non de quibuscunq; absque vlla data ratione arbitrariò vrcunq; factis. Nam tunc problema esset nugatorium, cum qualibet basi solueretur, dummodo dato segmento maior esset). Deficit enim à segmento facto à perpendiculari per semissem residui basis. Nam linea, quæ à centro circuli ducta super aliam rectam lineam, quæ in circulo sit, sed non per centrum extensa, perpendiculariter cadit, non cadit in alterum ipsius lineæ extremum, sed lineam bifariam diuidit (vt in tertia propositione lib. 3. in suis elementis docet Euclides). Quare linea F E hoc modo aprata est differentia segmentorum, non alterum segmentum; & hæc demonstratio eadem est cum antecedente, à qua tantum diagrammate distinguitur, cum hic non duxerit lineas C E, & C H, vt in superiori. Hæc sunt admiranda Auctoris nostri inuenta, qui nuncium omnibus machinamentis antiquorum remittit, Vietæum postulatum expellit, atq; ea tantum admittit, quæ communis Euclideæ schola amplectitur. Nos vero clementiores indulgebimus Vietæo postulato, illudq; ab exilio reuocantes videbimus, an eius opera hoc problema solui possit.

## P R O P O S I T I O.

**D**ato altero ex lateribus trianguli datum angulum verticis ambientibus; datoq; alterno basis segmento inuenire triangulum.

Sit B latus datum circa angulum datum C; & alternum segmentum sit D. Oportet inuenire triangulum. Alternum segmentum est illud segmentum, quod intercipitur à perpendiculari, quæ cadit in basim; & alterum latus non datum circa angulum datum. Quare quadruplicem casum habet hæc propositio: vel enim angulus datus est obtusus, vel acutus: si acutus, vel perpendicularis cadens ab angulo dato in basim, cadit intra triangulum, vel extra; Et quando cadit extra triangulum, vel cadit ad partes lateris dati, vel ad partes lateris non dati. Cadet autem intra triangulum, quando reliqui ad basim anguli sunt acuti; & cadet extra triangulum, quando alter angulorum ad basim sit obtusus. Ideo non satis est, vt detur hoc segmentum, sed etiam necesse est, vt cæterorum angulorum species detur, vel quod sint ambo acuti, vel quod alter sit obtusus; & hic, vel sit adiacens dato lateri, vel subtenus.

**Fig. 15.** Sit primo angulus C datus obtusus, fiat A E æqualis lateri dato B; & ad



& ad punctum E construatur angulus A E F æqualis dato angulo C, & linea E F ducatur infinita: tùm diuisa A E bifariam in G; & interuallo G A describatur semicirculus A H E ad partes lineæ E F; & à puncto A ducatur linea A I per Vietæum postulatam, itaut linea H I intercepta inter conuexum semicirculi A H E, & lineam F E sit æqualis segmento D dato. Dico triangulum A E I esse triangulum quæsitum: nam ducta E H ab angulo A E I æquali angulo C dato, erit perpendicularis basi, cum angulus in semicirculo sit rectus, E A æquatur dato lateri B, & H I est alternum basis segmentum æquale segmento D dato. Quod faciendum erat.

Sit secundo C angulus datus acutus, & reliqui ad basim anguli ambo acuti eadem constructione, & demonstratione vtendum, quæ visi sumus dato angulo obtuso. Fig. 16.

Sit tertio angulus C datus acutus, & reliquorum angulorum alter angulus obtusus; Sitq; angulus oppositus lateri dato B, eodem modo, vt superius fiat A E æqualis lateri dato B; & ad punctum E construatur angulus A E F æqualis dato angulo C; & linea E F ducatur infinita, & diuisa A E bifariam in G, interuallo G A describatur semicirculus A H E ad partes lineæ E F; & à puncto A per Vietæum postulatam ducatur A H, itaut linea, quæ intercipitur inter concauum peripheriæ semicirculi, & lineam infinitam E F, sit æqualis dato segmento (debet autem posse intercipi, aliter impossibilis solutio) & sit H I. Dico triangulum E I A esse triangulum quæsitum: Nam ducta E H ab angulo dato A E I, erit perpendicularis basi, cum angulus in semicirculo sit rectus, & E A est æqualis lateri dato, & H I alterno basis segmento dato D, Quod faciendum erat. Fig. 17.

Sit quarto angulus C datus acutus, & reliquorum angulorum obtusus ille, qui adiacet lateri dato; eodem modo, vt supra ponatur A E æqualis lateri dato B; & ad punctum E constituatur angulus A E F æqualis dato angulo C; & linea E F ducatur infinita, & diuisa A E bifariam in G interuallo G A describatur semicirculus A H E, sed non ad partes lineæ E F; & per Vietæum postulatam ducatur linea transiens per punctum A, quæ intercipiatur à concaua semicirculi A H E peripheria, & linea E F, ita tamen, vt sit æqualis dato segmento D; Sitq; linea H I. Dico triangulum E A I esse triangulum quæsitum: nam angulus A E F æquatur angulo dato C, à quo in basim cadit perpendicularis E H constituens alternum segmentum H I æquale segmento dato D; & linea E A posita est æqualis lateri dato B. Quod faciendum erat. Fig. 18.

## COROLLARIUM.

**E**X his colligitur, quando angulus verticis datus sit acutus, non sufficere data in hac propositione, sed requiri etiam speciem angulorum ad basim. Hoc autem elicitur ex natura triangulorum. Nam triangulum rectilineum datur, vel magnitudine, vel specie: datur magnitudine, quando ipsi aliud æquale possumus exhibere, non tantum, quo ad arcam, sed etiam quo ad angulos, & latera: datur specie, cui possumus exhibere proportionale. Triangulo possumus exhibere æquale, cum ipsius dantur duo latera cum angulo comprehenso per quartam propositionem libri primi Euclidis, vel tria latera per octauam eiusdem; vel duo anguli, & vnum latus siue quod æqualibus angulis adiacet, siue quod vni æqualium angulorum opponitur per 26. eiusdem, vel angulus vnus, & duo latera circa alterum angulum, cum specie alterius anguli, nisi angulus datus sit obtusus, vel rectus ex septima lib. 6. Euclidis. Ex hoc genere datorum est triangulum datum in hac propositione. Sed differt, cum non dentur duo latera, sed segmentum alterius lateris factum à perpendiculari, quæ cadit ab angulo dato in basim, quod segmentum exhibet diuersam speciem trianguli, prout perpendicularis; vel cadit in triangulo, vel extra ad partes, vel lateris dati, vel lateris quæsitæ; & sic demonstrat, quis angulorum sit obtusus, vel adiacens lateri dato, vel quæsitæ, cum perpendicularis semper cadat ad partes anguli acuti.

Postquam tam facili negotio hic auctor non soluit, sed magis implicuit; & si conatus est soluere, abruptit hæc duo Ghetaldi problemata, addite sequentem adnotationem.

## A D N O T A T I O.

**A**D Authoris mentem fuerat hac primum quærenda constructio, ut anguli plani deinceps haberetur trisectio, nec data tunc erant sufficientia. quia vere prius methodus precedere debuerat, qua aptaretur data qualibet linea inter peripheria conuexam, & eductam diametrum, quod nos supra præstitimus, Vieta scilicet supplementi propositione nona, & Snellus cyclometrici propositione 25, id apertissime indicarunt. Et quod omnino ad trisectionem anguli per effecttionem planorum (de quorum familia propriè est) deesse, videbatur, abundè supplementum sit, ad problema deuenimus.

Hucusq;

Hucusq; ostendimus præmissam ab auctore methodum aptandi quamlibet lineam inter peripheriæ convexam, & eductam diametrum, quæ ad datum in peripheria punctum perveniat, demonstratam non esse, & falli dum argumentationibus suis petio principium, quæ fallaci forma argumentandi usus est etiam, quando punctum datum est in vertice quadrantis, licet tunc propositio vi materiæ demonstrabi is esset, ut cum Vitellione demonstravimus. Nunc, cum tam iactabundè efferat sua inuentà, affirmetq; anguli trisectionem esse de familia planarum refectionum, Antequam progrediar, libet demonstrare per methodum ab hoc auctore inuentam non rectè aptari datam lineam inter convexū peripheriæ, & eductam diametrum, ut ad datum in circumferentia punctum perveniat, quando datum punctum nō est in quadrantis vertice, quod ex sequentibus abunde innotescet.

Sit datus semicirculus  $CABD$ , cuius diameter sit  $CD$ , & punctum ultra quadrantis verticem  $A$  datum, isaut qualium partium totus semicirculus est trium, talium portio  $AD$  sit duarum; & aptentur inter ipsius semicirculi convexam peripheriam, & eductam diametrum duæ rectæ  $BE$ , &  $I H$  non minores semidiametro semicirculi dati, isaut ad datum punctum  $A$  pertineant. Huius problematis consiciendi methodus præbetur ab auctore propositione secunda, & symptomate primo, propositionis sextæ, inveniendō duas extremas in serie trium continue proportionalium, quarum differentia sit lineæ data, & media sit lineæ illa, quæ potest quadratum subtensæ arcui dato, & differentiam quadratorum subtensæ arcui dato, & subtensæ quadrantis, & ipsarum maius extremum vult esse lineam quæsitam, quæ pertineat ad punctum datum. Ut igitur propositionum illarum fallacia melius innotescat, supponamus lineas  $EB$ , &  $I H$  esse aptatas iuxta methodum illarum propositionum, ut sint rectæ  $EA$ , &  $HA$ , quæ pertineant ad punctum  $A$ . Ducantur rectæ  $AD$ , &  $AC$ ; & a puncto  $A$  in diametrum perpendicularis cadat  $AF$ . Tum sic argumentor. Quia qualium partium semicirculus datus est trium, talium,  $AD$  est duarum, erit lineæ  $AD$  latus trigoni circulo inscripti, &  $AC$  latus hexagoni, & idcirco æqualis semidiametro  $CG$ , quam perpendicularis  $CF$  dividet bifariam in  $F$ . Quia vero per 2. libri 3. Euclidis latus trigoni circulo inscripti potentia triplum est semidiametri; & latus quadrati circulo inscripti potentia duplum est semidiametri, erit differentia quadratorum subtensæ arcui dato, & quadrantis, quod potest semidia-

D

metr;

Fig. 19.

meter; & id, quod poterit quadratum subtenſæ arcui dato, & differentiam quadratorum: subtenſæ quadranti, & subtenſæ arcui dato, erit potentia quadruplum ſemidiametri. Sed tota diameter eſt potentia quadrupla ſemidiametri. Diameter igitur erit media proportionalis conſtituenda inter totam  $EA$ , &  $AB$ , & inter totam  $HA$ , &  $AI$ . Quare rectangulum, quo fit ſub  $EA$ , &  $AB$  erit æquale quadrato rectæ  $CD$ : ideſt per 4. ſecundi Euclidis quadratis rectarum  $CF$ , &  $FD$ , & ei quod bis ſub  $CF$ , &  $FD$  continetur rectangulo. Sed quadratum rectæ  $EA$  æquatur rectangulo ſub  $EA$ , &  $AB$  vna cum rectangulo ſub  $EA$ , &  $EB$ . Rectangulum vero ſub  $EA$ , &  $EB$  æquatur rectangulo rectæ  $CE$  in  $DE$ : ideſt rectangulo ſub  $CF$  in  $DE$ ; & rectangulo ſub  $FD$  in  $DE$ , vna cum quadrato rectæ  $DE$ . Erit quadratum rectæ  $EA$  æquale quadratis rectarum  $CF$ , &  $FD$ , &  $DE$ , vna cum eo, quod bis ſub  $CF$ , &  $FD$  continetur rectangulo plus rectangulo ſub  $CF$ , &  $DE$ , & rectangulo ſub  $FD$ , &  $DE$ . Sed rectangulo ſub  $CF$ , &  $FD$  æquale eſt quadratum rectæ  $AF$ , & quadrato rectæ  $AF$  vna cum quadrato rectæ  $CF$  æquale eſt quadratum rectæ  $AC$ , erit quadratum rectæ  $EA$  æquale quadratis rectarum  $AC$ , &  $FD$ , &  $DE$ , vna cum rectangulis ſub  $CF$ , &  $FD$ ; ſub  $CF$ , &  $DE$ ; ſub  $FD$ , &  $DE$ . Sed propter angulum rectum ad  $F$ , quadratum rectæ  $EA$  æquale eſt quadratis rectarum  $AF$ , &  $FE$ ; & quadratum rectæ  $FE$  eſt æquale quadratis rectarum  $FD$ , &  $DE$  vna cum rectangulo, quod bis ſub  $FD$ , &  $DE$  continetur. Quadratum verò rectæ  $AF$  eſt æquale rectangulo ſub  $CF$ , &  $FD$ , erit quadratum rectæ  $EA$ , ideſt quadrata rectarum  $AC$ , &  $FD$ , &  $DE$  vna cum rectangulo ſub  $CF$ , in  $FD$ , ſub  $CF$  in  $DE$ , & ſub  $FD$  in  $DE$  æqualia quadratis rectarum  $FD$ , &  $DE$ , vna cum rectangulo ſub  $CF$  in  $FD$ , & eo quod bis ſub  $FD$  in  $DE$  continetur. Si auferantur ab utriſq; quadrata rectarum  $FD$ , &  $DE$  cum rectangulo ſub  $CF$  in  $FD$ , & rectangulo ſub  $FD$  in  $DE$ , quæ ſunt communia, erit quadratum rectæ  $AC$  vna cum rectangulo ſub  $CF$  in  $DE$  æquale rectangulo ſub  $FD$  in  $DE$ , hoc eſt rectangulis ſub  $FG$  in  $DE$ , &  $GD$  in  $DE$ . Sed rectangulo ſub  $FG$  in  $DE$  æquale eſt rectangulum ſub  $CF$  in  $DE$ . Quadratum igitur rectæ  $AC$  erit æquale rectangulo ſub  $GD$  in  $DE$ . Sed cum  $GD$  ſit æqualis rectæ  $AC$ , erit, &  $DE$  æqualis rectæ  $AC$ , ſeu ſemidiametro  $GD$ . Eodem modo demonſtrabitur rectam  $DH$  eſſe æqualem rectæ  $AC$ . Quare rectæ  $DE$ ,

DE, & DH erunt inter se æquales; quod impossibile. Non recta igitur est methodus ab hoc auctore inuenta aptandi datas lineas non minores diametro, inter conuexum peripheriam, & eductam diametrum, ut pertineant ad datum punctum ultra quadrantis verticem, prout iactat se præstitisse. Unica enim tantum linea in infinita linearum serie inuenitur, quæ præienti methodo aptari possit, idest linea, quæ intercipi possit inter conuexum peripheriam, & punctum E diametri productæ, ita ut DE sit æqualis semidiametro, ut ex demonstratione colligitur. Quare maius extremum hac methodo inuentum necesse est, ut possit quadrata rectarum AE, & FE; & in hoc casu, quando linea AD est latus trigoni, debet esse linea, quæ possit septem quadrata semidiametri circuli dati: nam AC æqualis semidiametro, potest quadruplum lineæ CF, & AF triplum. Linea vero FE, cum sit quintupla lineæ CF, poterit viginti quinque quadrata lineæ CF, quibus, si addantur tria quadrata, quæ potest linea AF, linea AE poterit viginti, & octo quadrata lineæ CF, idest septem quadrata lineæ AC, seu CG semidiametri.

Nunc idem experiamur, quando punctum datum est citra quadrantis verticem. Sit semicirculus datus DBCG, cuius diameter DG punctum datum sit C, ita ut DC sit tertia pars totius semicirculi. Quare, si ducatur recta DC erit latus hexagoni circulo inscripti. Sit inter diametrum DG eductam, & conuexum semicirculi aptanda linea AB, non minor semidiametro, ita ut ad datum punctum C pertineat. Methodus hoc conficiendi præbetur ab auctore propositione tertia, & symptomate secundo propositionis sextæ, inueniendo duas extremas in serie trium proportionalium, quarum differentia sit linea data, & media linea illa, quæ potest differentiam quadratorum subtensæ arcui dato, & subtensæ quadranti; & ipsarum maius extremum dicit esse lineam quæsitam, quæ pertineat ad punctum datum. Hic ante omnia aduertendum, si linea data sit maior, vel æqualis illi lineæ, quæ ab educta diametro ducitur, ut tangat circulum in puncto dato, hanc methodum inutilem omnino esse: Nam residuum lineæ datæ, & maioris extremi hac methodo inuenti inter punctum datum, & concavam circumferentiam recipi non potest, ut patet, sed necesse est, ut data linea sit minor tangente, & non minor semidiametro. Sed supponamus lineam AB, quæ pertinet ad punctum C esse aptatam methodo prædicta, & ducatur linea CE perpendicularis in diametrum DG, quæ cum latus DC sit latus.

Fig. 20.

hexagoni, & æquale semidiametro  $DF$ , secabit  $DF$  æqualiter in  $E$ . Et quia latus hexagoni circulo inscripti est longitudine, & potentia æquale semidiametro; & latus quadrati est potentia duplum semidiametri, erit differentia quadratorum lateris hexagoni, & lateris quadrati circulo eidem inscripti, id quod potest semidiameter circuli, hoc est linea  $DF$ , quæ erit per constructionem auctoris media proportionalis inter totam  $AC$ , &  $BC$ . Rectangulum igitur sub  $AC$ , &  $BC$  erit æquale quadrato rectæ  $DF$ . Sed quadratum rectæ  $AC$  æquatur rectangulo sub  $AC$ , &  $BC$  una cum rectangulo sub  $AC$ , &  $AB$ ; Et rectangulum sub  $AC$ , &  $AB$  æquatur rectangulo sub  $GA$ , &  $AD$ , idest, cum  $DE$  sit quarta pars diametri  $DG$ , rectangulo, quod quater sub  $DE$  in  $AD$  continetur una cum quadrato rectæ  $AD$ , erit quadratum rectæ  $AC$  æquale quadratis rectarum  $DF$ , &  $AD$ ; Etei, quod quater sub  $DE$  in  $AD$  continetur rectangulo; Cum angulus verò ad  $E$  sit rectus, quadratum rectæ  $AC$  æquatur quadratis rectarum  $AE$ , &  $CE$ . Ergo quadrata rectarum  $FD$ , &  $DA$ , una cum eo, quod quater sub  $ED$  in  $DA$  continetur rectangulo, æquantur quadratis rectarum  $CE$ , &  $EA$ . Sed quadratum rectæ  $EA$  æquatur quadratis rectarum  $ED$ , &  $DA$ , una cum duplici rectangulo sub  $ED$  in  $DA$ . Ergo quadratum rectæ  $FD$  una cum duplici rectangulo sub  $ED$  in  $DA$ , æquatur quadratis rectarum  $CE$ , &  $ED$ . Sed quadratis rectarum  $CE$ , &  $ED$  æquatur quadratum rectæ  $DC$ , sequi  $DF$ , erit quadratum rectæ  $AC$  æquale quadratis rectarum  $DF$ , &  $AD$  plus eo, quod bis sub  $DE$ , &  $AD$  continetur rectangulo. Sed supra demonstratum est quadratum rectæ  $AC$  æquari quadratis rectarum  $DF$ , &  $AD$ ; Etei, quod quater sub  $DE$ , &  $AD$  continetur rectangulo; erunt quadrata rectarum  $DE$ , &  $AD$ , una cum eo, quod bis sub  $DE$ , &  $AD$  continetur rectangulo, æqualia quadratis rectarum  $DF$ , &  $AD$ , una cum eo, quod quater sub  $DE$ , &  $AD$  continetur rectangulo; Et, si demamus communia quadrata rectarum  $DF$ , &  $AD$ , erit rectangulum, quod bis sub  $DE$ , &  $AD$  continetur, æquale rectangulo, quod quater sub  $DE$ , &  $AD$  continetur, quod impossibile. Non igitur rectè aptata est linea data, ut promissum; neque suppletum Geometriæ defectui.

Sed examinemus etiam methodum, quam auctor propositione quarta, & quinta docet aptandi lineam minorem semidiametro semicirculi dati, ut perveniat ad punctum datum, ultra, vel circa quadrat-

drantem, & quando punctum datur ultra quadrantem, sit punctum, ad quod peruenit subtensa trigono; quando vero datur citra quadrantem, sit punctum, ad quod peruenit subtensa hexagono. Ceterum omnino utemur ipsius auctoris non tantum constructione, sed verbis, quibus utitur in exponenda constructione, cum demonstratio sit eadem semper petiti principij. Reasumatur propositio quarta, in qua sequenti modo construit.

*Sit semicirculus ADB, punctum in periphæria datum D, & externa linea semidiametro minor G; sumatur quadratæ semidiametri super quadrato linea G differentia, & sit quadratum, quod possit linea I, qua ad angulos rectos super diametro in A puncto ponatur. Sitq; AK, iunctaq; KB dividatur in L bisariam, & duo quadrata KL, vel BL a quadrato linea AD prius ducta auferantur, ut differentia quadratorum fiat, id quod possit linea DO, & hæc ad rectos angulos ponatur super AD, si opus fuerit DB prorogetur. Postea iungatur AO, qua quidem, ut media accipiat inter extremas in ordine trium proportionalium, quarum extremarum differentia sit G data, inuentisq; extremis maior sit DF; minor vero DE, & à puncto in periphæria dato D ducatur DF, ut cum diametroeducta concurrat, & sit in puncto F.* Fig. 21.

Hoc modo construit auctor, cæteris se præparat, ut aptet demonstrationis suæ circulatorium phararmacum, quo omnibus Geometriæ morbis medeatur, qua constructione supposita, item supposito lineam AD esse latus trigoni circulo inscripti, & lineam G, vel FE hoc modo aptatam esse æqualem, vel minorem semisse semidiametri dati, ducta DP perpendiculari ad diametrum, sic argumentabimur. Quia quadratum rectæ AC minus quadrato rectæ FE æquatur quadrato rectæ AK; & quadrato rectæ AK vnâ cum quadrato rectæ AB, id est quatuor quadratis rectæ AC, æquatur quadratum rectæ KB, erit quadratum rectæ KB æquale quinque quadratis rectæ AC minus quadrato rectæ FE; & quadratum lineæ KL erit æquale quadrato lineæ AC; & insuper quartæ parti ipsius quadrati lineæ AC, minus quarta parte quadrati lineæ FE, & duo quadrata lineæ KL æquabuntur duobus quadratis lineæ AC, vnâ cum semisse eiusdem quadrati minus semisse quadrati lineæ FE. Quadratum vero rectæ AD æquatur tribus quadratis rectæ AC. Quare erit quadratum rectæ AD minus duobus quadratis rectæ KL, hoc est per constructionem quadratum rectæ DO æquale semissi qua-

drati

drati rectæ  $AC$  vnâ cum semisse quadrati rectæ  $FE$ ; & quadratum rectæ  $AO$  æquatur triplo cum dimidio quadrato rectæ  $AC$  vnâ cum semisse quadrati rectæ  $FE$ . Sed per constructionem facta est, vt  $FD$  ad  $AO$ , ita  $AO$  ad  $DE$  erit rectangulum sub  $FD$  in  $DE$  æquale quadrato rectæ  $AO$ , & consequenter tribus quadratis cum dimidio rectæ  $AC$ , vnâ cum semisse quadrati rectæ  $FE$ . Sed quadratum rectæ  $FD$  æquatur rectangulis sub  $FD$  in  $DE$ , & sub  $FD$  in  $FE$ , idest rectangulo sub  $BF$  in  $FA$ . Quare erit quadratum rectæ  $FD$  æquale tribus quadratis cum dimidio rectæ  $AC$  vnâ cum semisse quadrati rectæ  $FE$ ; & rectangulo sub  $BF$  in  $FA$ . Sed ob angulum rectum ad  $P$  quadratum rectæ  $FD$  æquatur quadratis rectarum  $FP$ , &  $DP$ ; & quadratum rectæ  $DP$  talium est trium partium, qualium quadratum  $AC$  est quatuor. Erit igitur quadratum rectæ  $FP$  æquale duplo super tripartienti quartas quadrati rectæ  $AC$  plus semissi quadrati rectæ  $FE$  plus rectangulo sub  $BA$ , in  $FA$ , vel duobus rectangulis sub  $AC$  in  $FA$  plus quadrato rectæ  $FA$ . Quadratum igitur rectæ  $FP$  æquatur duplo super tripartienti quartas quadrati rectæ  $AC$  plus semissi quadrati rectæ  $FE$  plus quadrato rectæ  $FA$  plus eo, quod bis sub  $AC$ , &  $FA$  continetur rectangulo, Sed eidem quadrato rectæ  $FP$  æquantur quadrata rectarum  $FA$ , &  $AP$ , vnâ cum duobus rectangulis sub  $FA$  in  $FA$ , idest tribus rectangulis sub  $AC$  in  $FA$ . Duplum igitur super tripartiensi quartas quadrati rectæ  $AC$  vnâ cum semisse quadrati rectæ  $FE$ , & duobus rectangulis sub  $AC$  in  $FA$  plus quadrato rectæ  $FA$ , æquatur quadratis rectarum  $FA$ , &  $AP$  vnâ cum triplici rectangulo sub  $AC$  in  $FA$ ; si subtrahantur communia, erit quadratum rectæ  $AP$  vnâ cum rectangulo sub  $AC$  in  $FA$  æquale duplo super tripartienti quartas quadrati rectæ  $AC$ , plus semissi quadrati rectæ  $FE$ . Sed quadratum rectæ  $AP$  est duplum sesquiquartum quadrati rectæ  $AC$ . Ergo duplum sesquiquartum quadrati rectæ  $AC$  vnâ cum rectangulo sub  $AC$  in  $FA$  æquatur duplo super tripartienti quartas quadrati rectæ  $AC$ , vnâ cum semisse quadrati rectæ  $FE$ ; & subtracto duplo sesquiquarto quadrati rectæ  $AC$ , quod est commune, erit rectangulum sub  $FA$  in  $AC$  æquale semissi quadrati rectæ  $AC$ , vnâ cum semisse quadrati rectæ  $FE$ . Linea igitur  $FA$  maior est, quam semissis semidiametri  $AC$ . Sed  $FE$  posita est, vel æqualis, vel minor semisse semidiametri  $AC$ . Ergo recta  $FE$  erit minor, quam recta  $FA$ , quod impossibile, & contra propos. 8. lib. 3. Euclidis.

Nunc



Nunc idem experiamur, quando datum punctum est citra quadrantis verticem, & linea data semidiametro minor; & supposito punctum datum esse illud, ad quod pervenit linea subtenia hexagono, reassumemus ipsius auctoris constructionem, & verba constructionis, quibus utitur propositione quinta.

*Sit semicirculus  $A D B$ , in eo datum punctum  $D$ , externaq; linea  $G$  minor semidiametro. Accipiaturs differentia quadratorum semidiametri  $A C$ , & data linea  $G$ ; sitq; quod potest linea  $L$  quadratum, & in circulo ex  $A$  puncto ponatur  $A I$  aequalis  $L$ , iunctaque  $B I$  bifariam in  $M$  dividatur, & duplum quadrati  $B M$ , aut  $M I$  auferatur à quadrato  $B D$ , ut differentia fiat quadratorum, quod linea  $N$  possit, & hac linea  $N$  ponatur media trium proportionalium, quarum differentia extremarum fiat data  $G$ , inuentisq; extremis maior sit  $D F$ , minor vero  $D E$ , & à puncto  $D$  ducatur  $D F$  in concursum educta diametri  $B A$ , & in puncto conveniant  $F$ .* Fig. 22.

Supposita hac constructione, & arcum  $A D$  esse sextam partem circuli, erit  $D B$  tertia, & recta  $D B$  latus trigoni circulo inscripti, & ducta in diametrum perpendiculari  $D P$ , dividet semidiametrum  $A C$  bifariam in  $P$ : tum sic, quia quadratum rectæ  $A C$  minus quadrato rectæ  $G$ , seu  $F E$  æquatur quadrato rectæ  $A I$ , erit quadratum rectæ  $E B$  quadruplum quadrati rectæ  $A C$  minus quadrato rectæ  $A I$ , & quadratum rectæ  $E M$  æquale quadrato rectæ  $A C$  minus quarta parte quadrati rectæ  $A I$ ; & si quadratum rectæ  $A C$  minus quarta parte quadrati rectæ  $A I$  auferatur ex quadrato rectæ  $D B$ , idest à triplo rectæ  $A C$ , erit duplum quadrati rectæ  $A C$  una cum quarta parte quadrati rectæ  $A I$  æquale quadrato rectæ  $N$ , quæ, cum posita sit media proportionalis inter  $F D$ , &  $D E$ , erit rectangulum sub  $F D$  in  $D E$  æquale duplo quadrati rectæ  $A C$ , vel octo quadratis rectæ  $A P$  plus quarta parte quadrati rectæ  $A I$ ; Sed quadratum rectæ  $F D$  æquatur rectangulis sub  $F D$  in  $D E$ , & sub  $F D$  in  $F E$ ; rectangulum vero sub  $F D$  in  $F E$  rectangulo sub  $B E$  in  $F A$ , idest ei, quod quater sub  $A P$  in  $F A$  continetur rectangulo; una cum quadrato rectæ  $F A$ . Ergo quadratum rectæ  $F D$  æquatur octuplo quadrati rectæ  $A P$ , una cum quadrato rectæ  $F A$ , & quarta parte quadrati rectæ  $A I$ ; & ei, quod quater sub  $A P$  in  $F A$  continetur rectangulo. Sed ob angulum rectum ad  $P$ , quadratum rectæ  $F D$  æquatur quadratis rectarum  $F P$ , &  $D P$ . Sed quadratum rectæ  $F P$  æquatur quadratis rectarum  $F A$ , &  $A P$  una cum eo, quod bis sub  $F A$  in

$FA$  in  $AP$  continetur rectangulo, & quadratum rectæ  $DP$  æquatur triplo quadrati rectæ  $AP$ , erit quadratum rectæ  $FD$  æquale quadruplo quadrati rectæ  $AP$  plus quadrato rectæ  $FA$ , & ei, quod bis sub  $FA$  in  $AP$  continetur rectangulo. Sed quadratum rectæ  $FD$  erat æquale octuplo quadrati rectæ  $AP$  plus quadrato rectæ  $FA$  plus quarta parte quadrati rectæ  $AI$  plus eo, quod quater sub  $FA$  in  $AP$  continetur rectangulo: Erunt igitur quadruplum quadrati rectæ  $AP$  cum quadrato rectæ  $FA$  vnâ cum duplo rectangulo sub  $FA$  in  $AP$  equalia octuplo quadrati rectæ  $AP$  plus quadrato rectæ  $FA$  plus quarta parte quadrati rectæ  $AI$  plus eo, quod quater sub  $FA$  in  $AP$  continetur rectangulo, quod impossibile: nam differunt per quadruplum quadrati rectæ  $AP$  plus quarta parte quadrati rectæ  $AI$  plus eo, quod bis sub  $AP$  in  $FA$  continetur rectangulo.

Sed iam satis, superq; ostendimus auctorem non tantum methodum suam aptandi quamlibet lineam datam intra eductam diametrum, & conuexum circuli, vt ad datum in peripheria punctum perueniat, non demonstrasse, sed in paralogiſmōs incidisse (quod satis erat) sed etiam methodum illam a vero multum aberrare. Quare ad sequentes propositiones transitum faciemus, quas methodo illi innixas, paralogiſticas esse per se patebit. Sit igitur auctoris.

*Propositio nona.*

*Problema nonum.*

Fig. 23. **A**ngulum quemcumq; rectilineum trifariam secare geometricè. Datus sit angulus  $B C D$  aqualiter trifecandus facto centro in  $C$  ad quamlibet distantiam  $C D$ , semicirculus fiat  $A D B$ , in cuius peripheriam cum cadat punctum  $D$ , ab eodem ducatur linea  $D F$ , vt intercepta pars à conuexo peripheria, & diametro producta, nimirum  $F E$  fiat ipsi semidiametro  $A C$  equalis. Et hoc habetur supra in congruo problematis sexti symptomate demonstratum. Dico; quod arcus  $D B$ , siue angulus  $B C D$  trifariam aqualiter sectus erit; & eius pars tertia erit arcus  $A E$ , siue ducta  $C E$  angulus  $A C E$ : nam constructi trianguli  $C D F$  angulus externus  $B C D$  valet duos  $C D F$ ,  $C F D$  internos, & oppositos. Sed  $C E D$  aqualis est angulo  $C D E$ . Sed angulus  $C E D$  duplus est anguli  $C F E$ , aut  $F C E$ : sunt enim anguli ad  $F$ , &  $C$  aequales, quin equalia sunt latera  $E F$ ,  $E C$ . Ergo angulus  $C D F$  duplus est vtriuslibet  $C F D$ ,  $E C F$  angularum. Sed angulus externus  $B C D$  potest duos internos, & oppositos ad  $D$ ,

ad  $D$ , &  $F$ . Ergo  $BCD$  angulus poterit tres angulos aequales ipsi  $F$  siue  $ECA$ ; & ideo angulus  $BCD$  trisectus erit, & pars tertia fiet, aut angulus  $F$ , aut angulus  $ACE$ , siue arcus  $DB$  triplus erit arcus  $AE$ . Quod est faciendum.

Modus, quo aptat lineam  $FE$  est paralogismus huius demonstrationis, ex qua elicit sequens consecrarium.

## CONSECTARIUM.

**M**anifestum igitur erit, quotiescunque linea comprehensa externa ab educta diametro, & conuexo peripheria, aequalis fuerit semidiametro eiusdem circuli pertinens ad datum in circumferentia punctum, angulum in concursu aequalem fieri tertia parti anguli externi in centro, ut hic angulus  $CFD$  pars tertia anguli  $BCD$ , seu arcus  $BD$  triplus fiat obuersi arcus  $AE$ , & optime licebit argumentari. Angulus in centro trifariam sectus est. Ergo linea externa pertingens ad punctum in peripheria datum semidiametro est aequalis, vel è conuerso; ex eo, quod linea externa pertingens ad punctum in peripheria datum semidiametro aequalis est. Ergo angulus in centro aqualiter trifariam sectus est, vel arcus illi obuersus.

Non semper licet hoc modo argumentari: nam hoc argumentum elici non potest, quando angulus triseccandus ad angulum rectum habet maiorem proportionem, quàm sesquialteram. Si enim datus esset angulus  $ECB$  maior, quam rectus cum semisse; & ipsius tertia pars esset angulus  $ACG$ ; & aptata esset linea  $FE$  æqualis semidiametro  $AC$  pertinens ad punctum  $E$ , & duceretur linea  $GD$ , non liceret argumentari ab angulo  $ACG$  trifariam secante angulum datum  $ECB$ , arguendo lineam  $ED$ , quæ pertinet ad punctum datum  $E$ , esse æqualem semidiametro  $AC$ : neque à linea  $FE$  æquali semidiametro  $AC$ , arguere angulum  $ACE$  esse subtripulum anguli dati  $ECB$ . Quomodo autem angulus  $ACE$  esset triseccandus, per præcedens problema, præmissa sequenti propositione, docebimus.

Fig. 24.

## PROPOSITIO.

**O**mnis angulus rectus; & omnis angulus recto minor, ad quem angulus rectus habeat proportionem multiplicem in aliquo gradu proportionis continuæ à dupla proportionē ascendens; &

E omnis

omnis angulus super particularis, vel super partiens rectum per partem, vel partes, quæ denominentur ab aliquo gradu proportionis à dupla proportionē ascendētis, potest secari trifariam geometricē. Item latus hexagoni à vertice quadrantis semicirculo inscripti, si producat, ut concurrat cum diametro producta, segmentum interceptum inter convexum peripheriæ, & diametrum productam æquari semidiametro circuli. Item lineam, quæ tangit circulum in puncto diidente quadrantem bifariam, & terminatur à diametro producta, æquari eidem semidiametro.

**Fig. 25.** Sit semicirculus  $ABC$ , ex cuius centro  $I$  erigatur perpendicularis  $IB$ , & angulus  $AIB$  rectus diuidatur bifariam in  $E$ ; angulus vero  $AIE$  bifariam in  $F$ , & angulus  $AIF$ , bifariam in  $G$ , & sic in infinitum. Dico hos omnes angulos, & quemlibet angulum compositum ex recto, & quolibet, aut quibuslibet istorum posse trifariam diuidi geometricē. Inscribatur à puncto  $B$  latus hexagoni  $BD$ . Quia semicirculi  $ABC$  arcus  $AB$  est semissis, &  $BD$  tertia pars, erit  $AB$  sesquialter ipsius  $BD$ : Igitur  $DA$  erit tertia pars ipsius  $AB$ ; & semissis arcus  $DA$  erit tertia pars arcus  $AE$ , qui est semissis quadrantis  $AB$ ; & quarta pars arcus  $AD$  erit tertia pars arcus  $FA$ , qui est quarta pars quadrantis  $AB$ ; & sic in infinitum: nam partes æque multiplicium eodem modo inter se comparatæ eandem semper seruant proportionem; vel quia  $FA$  est quarta pars quadrantis  $AB$ , &  $DA$  tertia, erit proportio  $DA$  ad  $FA$  sesquitertia. Quare  $DF$  erit tertia pars ipsius  $FA$ ; & dimidium ipsius  $DF$ , idest  $DH$  erit tertia pars ipsius  $AG$  semissis arcus  $FA$ ; &  $DA$  cum sui semisse erit tertia arcus sesquialteri quadrantis; &  $DA$  cum sui quarta parte erit tertia pars sesquiquarti quadrantis; &  $DA$  super tripartientis suas quartas erit tertia pars super tripartientis quartas quadrantis, & sic in infinitum. Dico etiam, si recta  $DB$  producat, ut concurrat cum diametro producta in  $K$ , fore lineam  $DK$  æqualem semidiametro  $DI$ ; & si à puncto  $E$  ducatur linea tangens circulum, quæ concurrat cum diametro producta in  $L$  (concurrent enim, cum angulus ad  $E$  sit rectus, & angulus  $EIL$  minor recto). Dico lineam  $EL$  fore æqualem semidiametro  $EI$ . Quia anguli  $IDB$ , &  $IDK$  sunt æquales duobus rectis; & tres anguli  $IDK$ , &  $DKI$ , &  $DIK$  sunt etiam æquales duobus rectis, erunt anguli  $DKI$ , &  $DIK$  æquales angulo  $IDB$ , seu  $DIB$ . Sed angulus  $DIA$  est semissis anguli  $DIB$ : erit igitur, & angulus  $DKI$  semissis anguli  $DIB$ , & consequenter

quenter æqualis angulo  $DIK$ . Quare recta  $DK$  erit æqualis rectæ  $DI$ . Quod probandum. Item quia trianguli  $IEL$  tres anguli sunt æquales duobus rectis; & angulus ad  $E$  est rectus, erunt reliqui vni recto æquales. Sed angulus  $LEI$  per constructionem est semissis vnius recti. Ergo angulus  $EIL$ , erit etiam semissis vnius recti, & ob æquales angulos ad  $L$ , &  $I$  latera,  $EL$ , &  $EI$ , erunt æqualia.

His præmissis angulum quemcunq; rectilineum, qui habeat ad rectum maiorem proportionem, quam sesquialteram, trifariam secabimus, admisso Vietæ postulato (angulus enim, qui habet ad rectum proportionem sesquialteram trifariam sectus est, cum ipsius tertia pars sit semissis quadrantis, in quo puncto recta tangens circulum, & intercepta à diametro educta est circuli semidiametro æqualis).

Sit datus angulus rectilineus  $ABC$ , qui habeat ad rectum maiorem proportionem, quam sesquialteram, & sit trifariam secandus. Centro  $B$ , & interuallo  $BC$  describatur semicirculus  $DAEC$ , qui secet latus  $AB$  in  $A$ ; & ad punctum  $B$  excitetur perpendicularis  $BE$ ; & angulus rectus  $ABE$  trifariam secetur in  $H$ ; descripto hexagoni latere  $HE$ , & anguli  $EBH$  per præcedens problema sit tertia pars  $DG$  aptata linea  $FG$  æquali semidiametro  $DB$ , quæ perueniat ad punctum  $E$ , erit arcus  $AH$  vna cum arcu  $GD$  tertia pars anguli  $ABC$ . Si igitur arcui  $GD$  ponatur æqualis arcus  $HI$ , angulus  $ABC$  trifariam sectus erit in  $I$ ; Quod faciendum.

Fig. 26.

Post confectarium addit sequentem adnotationem.

### ADNOTATIO.

**C**redebaſt antiqui triſectionis anguli cuiuslibet plani effectiorem ad ſolidum pertinere genus. Vnde Pappus lib. 4. propoſ. 35. ſic ait: Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito ſecare ſolidum eſt, ut ante oſtendimus: ſed datum angulum, vel circumferentiam ſecare in datam proportionem lineare eſt &c. Sic ille. At non antiqui tantum, ſed omnes quotquot fuerint Mathematici hætenus in eandem inierunt ſententiam, & ut alios pertranſeam, Albertus Girard Geomètra, & in algebricis verſatiſſimus in opusculo illo gallico idiomate conſcripto. Invention nouvelle en l'Algebre. Editio 1629. in 4. rapit de equationibus ordinatis, in hac proutipit verba, pagina 32. (il eſt impoſſible de couper tout Arc propoſé en 3. ſans uſer d'autres lignes que de la Droite, & circulaire). In hoc quam longè à vero abſit iam patet,

*& amplius patebit infra, ubi sumus offensuri adversus Pappum etiam in analogica sectione anguli, genus planorum non immutari, & per illud omnia absolvi legitime.*

O infelicem Pappum, ô infelicem Girardum, ô infelices omnes, qui hucusq; fuerunt Mathematici, quibus non contigit tam pulchra, tam sublimia à tam insigni Mathematico discere: Quàm enim erronea sit hæc adnotatio, iam satis patet, & amplius semper patebit, quando conabitur aduersus Pappum ostendere etiam in analogica sectione anguli, genus planorum non immutari. Sed quoniam superius promisi demonstrare generale problema ad trisectionem anguli rectilinei non esse illud, quo aptatur recta æqualis datæ inter conuexum circuli, & diametrum productam, ut ad datum in semicirculo punctum pertineat, sed esse generalius, hoc est Vietæum postulatum, quo à quouis puncto ad duas quasvis lineas recta ducitur intercepta ab ijs præfinito quocunq; possibili intersegmento, subdam Pappi methodum triseccandi angulum, & alteram methodum, quæ à Campano adjicitur ad finem quarti libri Euclidis; idq; in eo casu, quando angulus datus est acutus; quando enim est rectus geometricè triseccatur, ut superius ostendimus; & quando est maior recto, satis est, si complementum anguli triseccetur. Quare.

Fig. 27.

Sit angulus acutus  $ABC$ , & ab aliquo puncto ducatur perpendicularis  $AC$ , completoq; parallelogrammo  $CF$  producat  $FA$  usque ad  $E$ : cum igitur parallelogrammum rectangulum sit, ponatur inter  $EA$ ,  $AC$  recta linea  $ED$  tendens in  $B$ , quæ duplæ ipsius  $AB$  sit æqualis; hoc enim fieri posse iam demonstratum est, ita inquit Pappus: Itaq; dati anguli  $ABC$ . Dico tertiam partem esse  $EDC$ . Secetur  $ED$  bifariam in  $G$ , &  $AG$  iungatur. Tres igitur rectæ lineæ  $DG$ ,  $GA$ ,  $GE$ , æquales sunt; &  $DE$  dupla ipsius  $AG$ , sed & ipsius  $AB$  est dupla. Ergo  $BA$  est æqualis  $AG$ , &  $ABD$  angulus angulo  $AGD$  æqualis: angulus autem  $AGD$  est duplus anguli  $AED$ , hoc est ipsius  $DBC$ : Quod si angulum  $ABD$  bifariam secemus, erit angulus  $ABC$  tripartito sectus. Est Pappi propof. 32. lib. 4. Mathematicarum collectionum.

Fig. 28.

Sit iterum angulus acutus  $BCA$  datus trisariam secandus posito  $C$  centro describo circulum, cuius peripheria secet latera  $CB$ , &  $CA$  in punctis  $A$ , &  $B$ ; & à puncto  $C$  excito lineam  $CD$  perpendicularem lineæ  $CB$ ; & inter rectam  $CD$ , & conuexam  $DF$  duco lineam  $EF$  æqualem semidiametro circuli, itaut perueniat ad  
pun.

punctum  $A$ , & sit  $AF$ , cui per  $C$  ducō lineam  $HG$  parallelam. Dico angulum  $HCB$  esse tertiam partem anguli  $BCA$ . Quia recta  $CG$  est parallela, & æqualis rectæ  $EF$ , erit  $EC$  parallela, & æqualis rectæ  $FG$ , & angulus  $ECO$  erit æqualis angulo  $COF$ , idest uterque rectus. Quare recta  $FO$  erit æqualis rectæ  $OG$ ; & arcus  $GI$ , arcui  $IF$ . Sed arcui  $GI$  est æqualis arcus  $HB$ : tres igitur arcus  $HB$ ,  $GI$ ,  $IF$  sunt æquales inter se. Sed simul sumpti sunt æquales arcui  $AB$ , cum  $FG$  sit æqualis arcui  $AH$  ob parallelas  $AE$ , &  $HG$ : arcus igitur  $BH$  erit tertia pars arcus  $BA$ ; & angulus  $BCH$  erit tertia pars anguli  $BCA$ . Quod faciendum &c. Est Campani adijcienda ad finem quarti libri Euclidis.

Hinc patet angulum trifecari aptando lineam datam inter duas rectas, & inter rectam, & curuam; & non generale problema ad trisectionem anguli esse illud, quo aptatur linea inter conuexam peripheriam, & eductam diametrum, vt ad datum punctum pertineat.

### C O R O L L A R I U M.

**E**X præmissis facile colligi potest tria illa problemata, nempe Vietæum postulatū, trisectio anguli, & primum Ghetaldi ita esse inter se connexa, vt Vietæum postulatū, ac primum Ghetaldi conuertantur; & vnumquodq; ex illis inferat trisectionem anguli: trisectio vero anguli non inferat vniuersaliter Vietæum postulatū, nec problema Ghetaldi, quia trisectio anguli postulat solum aptari æqualem semidiametro: reliqua problemata vero sunt vniuersaliora. Hæc tamen debent intelligi quo ad Vietæum postulatū solum, quatenus restringitur ad illam partem aptandi lineam inter conuexam circuli, & diametrum eductam: nam, si in tota sua vniuersalitate accipiat, magis late patet, quam reliqua duo problemata: si enim in semicirculo  $AEDB$ , cuius centrum  $C$  ducatur recta  $CD$ ; & ipse eductam diametrum  $BE$ , & conuexam peripheriam aptetur recta  $FE$  æqualis rectæ  $CD$ , angulus  $DCB$  fecatur trisarius, & constituitur triangulum, cuius sit datus angulus verticis  $ACD$ , idest complementum ad semicirculū anguli  $DCB$  latus adiacens  $DC$ , & differentia segmentorum æqualis eidem  $DC$ .

Fig. 29.

Si vero repetatur constructio Pappi: Quia angulus  $ABC$  datus est æqualis angulo  $BAF$ ; & angulus  $DBC$  æqualis angulo  $BEA$ : lineæ vero  $AB$ ,  $GA$ ,  $GD$ ,  $GE$  sunt æquales, si centro  $A$  intervallo.

Fig. 30.

uallo  $AB$  intelligatur describi circulus transibit per puncta  $B$ , &  $G$ ; linea  $EG$  æqualis datæ  $AB$  erit aptata inter conuexum, & eductam diametrum, ut ad datum punctum in circulo pertineat; & angulus  $GB C$  erit tertia pars anguli  $B A F$ : item angulus  $B A B$  erit datus, cum sit complementum ad duos rectos pro angulo verticis, & latus adiacens erit  $AB$ , & differentia segmentorum eadem  $AB$ . Quare construetur triangulum  $BAE$ , ut superius. Item erit recta  $DG$  æqualis rectæ  $AB$  aptata inter concavum circuli, & rectam  $AC$  perpendicularem rectæ  $AF$ , ut ad punctum  $B$  perveniat, quæ est constructio Campani, ex quibus patet horum problematum connexio.

Fig. 30. Nunc restat ostendendum has propositiones solidas esse, quod Pappus ostendit propof. 32. & 33. libri quarti, assumens in constructione hyperbolicam coni sectionem: nam producit rectam  $BC$  in  $H$ , ita ut  $CH$  æquetur rectæ datæ, & per punctum  $C$  inter asymptotos  $BF$ , &  $FE$  describit hyperbolem  $CI$ , quam secatur in puncto  $I$  circulus, cuius centrum sit  $C$ , & descriptus sit intervallo  $CH$ , & ducta recta  $CI$ , à puncto  $I$  ducit  $IK$  parallelam rectæ  $CB$ , seu  $FA$ ; & rectam  $IE$  parallelam rectæ  $CA$ , seu  $BF$ , donec concurrat cum  $FA$  producta in  $E$ ; & ducta recta  $BE$ , dicit rectam  $DE$ , quæ interceptitur recta  $AC$ , &  $FA$  producta esse æqualem rectæ datæ  $CH$ . Quia enim à puncto in hyperbole  $C$  ductæ sunt ad asymptotos  $BF$ , &  $FA$ , duæ rectæ  $CB$ , &  $CA$ ; & ab altero puncto  $I$  ductæ sunt ipsis equidistantes  $IK$ , &  $IE$ , erit per duodecimam lib. 2. Apollonij Conicorum, quod sit sub  $FE$  in  $IE$  æquale rectangulo, quod sit sub  $CB$  in  $CA$ . Quare, ut  $FE$  ad  $CB$ , ita  $CA$ , seu  $BF$  ad  $IE$ . Sed ut  $FE$  ad  $CB$ , ita est  $BF$  ad  $DC$  ob similitudinem triangulorum. Ergo  $DC$  æquatur rectæ  $IE$ , & parallelogrammum erit  $DCIE$ . Quare  $DE$  erit æqualis rectæ  $IC$ , seu  $CH$ . Quod probandum.

Simili modo, licet aliter angulum datum rectilineum trifariam secet, tamen semper sumit in constructione hyperbolem: Ideo dicit problema solidum esse, cum tria sint problematum genera. Problema planum, quod per rectas lineas, & circulum expeditur. Problema solidum in cuius constructione assumuntur conicæ sectiones. Problema lineare, in quo assumuntur lineæ, quæ habent diversum, & varium ortum, quales sunt helices, quadratrices, conchoides, & cissoides, & similes. Nos vero iam methodum auctoris trifecandiangulum, quam Pappi per analysim resolventes, ex resultante æquatione manifestum reddemus problema solidum esse, cum semper analysi



sis incidat in solidam æquationem, ex quibus emerget recte credidisse antiquos, recte locutum esse Pappum, & Albertum Girardum, quos à vero aberrasse non dixisset hic auctor, si ipsorum opera intellexisset, quorum nomina sat erat nouisse, ne tam turpiter laberetur. Quare reassumpto diagrammate constructo methodo tradita ab auctore hac propof. 9.

Quia datus est semicirculus  $AEDB$  datus angulus  $DCB$  trilecandus: Ideò datum punctum  $D$ , dabitur etiam magnitudine linea  $DG$  à puncto  $D$  super diametrum  $AB$  perpendiculariter cadens, & supponantur omnia esse facta, vt dicta propositione docetur, hoc est lineam  $FE$  esse æqualem rectæ  $AC$ ; & ideò datam, quæ perueniat ad punctum datum  $D$ . Quia quod fit sub  $DF$  in  $FE$  æquatur rectangulo sub  $BF$  in  $FA$ , erit, vt  $DF$  ad  $FA$ , ita  $BF$  ad  $FE$ ; & vt quadratum rectæ  $DF$  ad quadratum rectæ  $FA$ , ita quadratum rectæ  $BF$  ad quadratum rectæ  $FE$ . Quare quod fit sub quadrato rectæ  $DF$  in quadratum rectæ  $FE$ , æquale erit ei, quod fit sub quadrato rectæ  $FA$  in quadratum rectæ  $BF$ . Sed quadratum rectæ  $DF$  æquatur quadratis rectarum  $DG$ ,  $FA$ ,  $AG$ ; & ei, quod bis sub  $FA$  in  $AG$  continetur rectangulo. Quod igitur fit sub  $DG$  quadrato in  $FE$  quadratum, sub  $FA$  quadrato in  $FE$  quadratum, sub  $AG$  quadrato in  $FE$  quadratum, & sub duplici quadrato rectæ  $FE$  in  $FA$  in  $AG$ , æquabitur ei, quod fit sub quadrato rectæ  $FA$ , in quadratum rectæ  $BF$ . Sed quadratum rectæ  $BF$  æquatur quadratis rectarum  $FA$ , &  $AB$ , vna cum eo, quod bis sub  $FA$  in  $AB$  continetur rectangulo. Quare id, quod fit sub quadrato rectæ  $BF$  in quadratum rectæ  $FA$ , æquabitur quadrato rectæ  $FA$  plus quadrato quadrato rectæ  $FA$  in quadratum rectæ  $AB$ , & duplici cubo rectæ  $FA$  in rectam  $AB$ . Quod igitur fit sub  $DG$  quadrato in  $FE$  quadratum, plus sub  $FA$  quadrato in  $FE$  quadratum, plus sub  $AG$  quadrato in  $FE$  quadratum, & sub duplici quadrato rectæ  $FE$  in  $FA$  in  $AG$ , æquale erit quadrato quadrato rectæ  $FA$  plus quadrato rectæ  $FA$  in quadratum rectæ  $AB$ , & duplici cubo rectæ  $FA$  in rectam  $AB$ . Quæ æquatio solida est; est enim quadrato quadrati adfecti adiunctione quadrati in quadratum, & cubi in latus si enim per antithesim fiat transpositio, erit quadratum rectæ  $DG$  ductum in quadratum rectæ  $FE$  minus id, quod fit sub quadrato rectæ  $FA$ , in quadratum rectæ  $AB$ , plus quadrato rectæ  $FA$ , in quadratum rectæ  $FE$  minus duplici cubo rectæ  $FA$ , in rectam  $AB$  plus quadrato rectæ  $AG$ , in quadratum rectæ  $FE$  plus duplici quadrato rectæ  $FE$ , in

Fig. 31.

FE, in rectam FA in AG æquale quadrato quadrato rectæ FA, quæ æquatio solui non potest geometricè.

Fig. 30.

Resumatur nunc diagramma constructum methodo Pappi, in quo datæ sunt magnitudine, & positione recta BF æqualis, & parallela rectæ CA, recta FA æqualis, & parallela rectæ BC, & BA, DG, GE, GA æquales inter se. Quia, ut FB ad DA, ita FE ad AE, erit quadratum rectæ FB ad quadratum rectæ DA, sicut quadratum rectæ FE ad quadratum rectæ AE; & quod sit sub quadrato rectæ FB in quadratum rectæ AE, æquabitur plano plano, quod sit sub quadrato rectæ DA in quadratum rectæ FE, & quia quadratum rectæ BE æquatur quadratis rectarum FB, & FE, si omnia ducantur in quadratum rectæ AE, erit quadratum rectæ BE in quadratum rectæ AE æquale quadrato rectæ FB in quadratum rectæ AE, id est quadrato rectæ DA in quadratum rectæ FE plus quadrato rectæ FE in quadratum rectæ AE. Sed quadrato rectæ DA una cum quadrato rectæ AE æquatur quadratum rectæ DE. Ergo quadratum rectæ DE in quadratum rectæ FE æquatur quadrato rectæ BE in quadratum rectæ AE, id est quadrato rectæ BD in quadratum rectæ AE plus quadrato rectæ DE in quadratum rectæ AE plus duplici quadrato rectæ AE in BD in DE; & quia quadratum rectæ DE æquatur quatuor quadratis rectæ BA, id est quatuor quadratis rectæ FB, una cum quatuor quadratis rectæ FA; & quadratum rectæ FE æquatur quadratis rectarum FA, & AE, una cum eo, quod bis sub FA in AE continetur rectangulo, erit quadruplum quadrati rectæ FB, in quadratum rectæ FE, plus quadruplum quadrato quadrati rectæ FA, plus quadruplum quadrati rectæ FA, in quadratum rectæ AE, plus octuplum cubi rectæ FA, in AE æquale quadrato rectæ BE, in quadratum rectæ AE, id est quadrato rectæ, BD, in quadratum rectæ AE, plus quadruplo quadrato rectæ FA in quadratum rectæ AE plus quadruplo quadrato rectæ FB in quadratum rectæ AE, plus duplici quadrato rectæ AE, in BD, in DE, à quibus, si dematur commune quadruplum quadrati rectæ FA, in quadratum rectæ AE, erit quadruplum quadrati rectæ FB, in quadratum rectæ FE, plus quadruplum quadrato quadrati rectæ FA plus octuplum cubi rectæ FA, in AE æquale quadrato rectæ BD in quadratum rectæ AE, plus quadruplo quadrato rectæ FB, in quadratum rectæ AE plus duplici quadrato rectæ AE, in BD, in AE, & per antithesin transponendo, erit quadratum rectæ BD, in quadra-  
tum

rum rectæ A E, minus quadruplum quadrati rectæ F B, in quadratum rectæ F E, plus quadruplum quadrati rectæ F B, in quadratum rectæ A E, plus duplum quadrati rectæ A E, in B D, in D E, minus octuplum cubi rectæ F A, in A E æquale quadruplo quadrato quadrati rectæ F A, quæ æquatio solida est, ut superior. Ex quibus satis constat trisectionem anguli rectilinei ad solidum genus spectare.

Sequentes propositiones usque ad decimam quintam inclusivè sunt Francisci Vietæ in Supplemento Geometriæ. Sed suas facit, dum Vietæum Postulatum propria methodo absoluit, sic honestissimas Matronas vitiat; nec mirum, si suppresso nomine odit lucem, & in tenebris ambulat, nam factus est mathematicarum propositionum Adulter, imo penè dixerim leno, cum ad easdem vitandas iaceret se posse allicere pudicissimum Virum Ioannem Kepplerum, si superesset: nam ad finem decimæ quintæ propositionis addit sequentem adnotationem.

### A D N O T A T I O.

**P** Ramissas continuauimus propositiones, ut una intelligatur ab auctore sic ordinatas fuisse, ut in circulo inscriberetur heptagonum. Quamuis perfectæ descriptio ab eodem non tradatur, propterea quod eius postulatum claudicat. Modo verò, cum ex nostris superius deductis, recta incedere geometria videatur, legitima etiam habetur heptagoni descriptio contra Ioannem Kepplerum Virum doctissimum, qui libro Harmonicorum primo ad propos. 45. hisce insurgebat verbis pag. 32. Heptagonus, & figura ab eo omnes, quæ numerum laterum ex primis (sic dictis) unum habent, earumq; stella, totaq; adeò classes ab ijs derivata extra circulum descriptione geometrica carent. In circulo, etsi laterum quantitas est necessaria, illa tamen ignorari aequè necesse est &c. Et deinceps in corpore propositionis pag. 34. addit. Itaq; nullum unquam regulare septangulum à quoquam constructum est, sciente, & volente, & ex proposito agente: nec construi potest ex proposito, sed bene fortuito construi potest; & tamen ignorari necesse est, sit ne constructum, an non. Hac ille. Crediderat fortasse Kepplerus ex eo, quod sublime illud Vietæ ingenium ad perfectam heptagoni delineationem non perueniat, non esse in gradu possibilitum, aut ex arte exhibendorum. At procius in philosophando libertate, si adhuc superesset, quin sententiam retractaret, non ambigimus. Quod autem non ad solam in circulo inscrip-

*tionem coarctemur, alia perficiemus via, prius hoc præmissa lemmate.*

Cum hæc adnotatio tota insinat geometricæ constructioni Vietæ postulati, quæ iuxta auctoris huius methodum, claudicantem geometriam omnino iugulauit. Si superesset Kepplerus, & methodos istas vidisset, non tantum non retractasset sententiam, imò confirmasset magis: nam quæ ab hoc auctore construuntur, fortasse à volente fiunt, sed non à sciente, & ex proposito agente; & non tantum ignorari necesse est, sit ne constructum, an non, sed superius demonstratum est constructum non esse. Quod etiam cum Clauio docebitur accidere in sequenti propositione, in qua aliam viam describendi heptagonum ostendit præmissa hoc lemmate.

### *L E M M A II.*

**S***I à puncto extra circulum dato per extrema chorda ducantur secantes linea circulum, partes intra, & extra inter se comparatæ æquales erunt, quum ab eodem puncto ad centrum linea chordam ad rectos angulos, aut bisariam diuidet.*

Cuius lemmatis demonstrationem non subdimus: nam, cum geometrica sit, & rectè concludens, lemmate admissa, ad propositionem 16. transitum faciemus, in qua præmissa lemmate non recte vitur. Sit igitur.

*Propositio decima sexta. Problema decimum tertium.*

**Fig. 3 2** **H***Eptagonum regulare geometricè describere super datam lineam. Sit linea AB, & ex eius distantia à punctis A B due circuli portiones AC, BC, scribantur semutuo secantes in C, à quo puncta demittatur perpendicularis CD, & bisariam diuidatur in E, per quod punctum ipsi AB parallela fiat FG, quæ portiones circulorum in FG secabit, & ducta AF, sine BG se secantes in I. Dico triangula ABG A B F esse isoscelia; & illorum angulos supra basim BF, aut AG (alter sufficit ad intentum ostendendum) esse ad angulum verticis in ratione tripla. Facto igitur in A centro intervallo AB scribatur circulus, in cuius peripheria ponatur FM æqualis BF, erit BM latus quæsitum heptagoni. Iterum scribatur alter circulus circa triangulum AIB, cuius centrum Z, producat F B in X; & ad centrum ab eodem puncto F sit alia F Z, sicut ex G, alia G Z; & cum triangula G E Z, F E Z*

*FEZ equalia sint. Quod facile probari potest, & eorum dupla, nimirum quadrilatera BFIZ, AGIZ; & cum AI, IB aequales sint, earum semisses aequales erunt. Ergo linea FV dividit bifariam IB. Ergo ex lemma lineae FA, FY, & partes earum tum intra, tum extra circum, aequales sunt. Sed in triangulo ABI isoscele angulus BIF externus duplus est utriuslibet interni, & oppositi IAB, aut IBA. Ergo angulus FBI erit etiam duplus eiusdem IBA. Totus igitur FBA angulus triplus sit anguli IBA, sine IAB: ut in isoscele, anguli supra basim aequantur: Igitur in A facto centro, & intervallo AB, si scribatur circulus, chorda BF, quae angulo in centro A opponitur, erit pars decima quarta circumferentiae, & eius dupla BM septima circuli pars. Circumducatur, & BM septies, habebitur heptagonum legitime, geometricè, ac regulariter scriptum. Quod erat faciendum.*

Hæc constructio est Francisci Flusati Candalæ, quam Clavius lib. 8. suæ geometriæ practicæ propos. 30. non rectam esse demonstrat hoc modo. Demissa perpendiculari FH pro sinu arcus FB, vel anguli FAB posito sinu toto AF, vel AB 10000000. Quoniam AB potentia sesquitercium est perpendicularis CD, si fiat, ut 4 ad 3, ita 10000000000000 quadratum lateris AB ad aliud, reperietur quadratum CD 7500000000000; quod cum sit quadruplum quadrati ED, seu FH, erit quadratum FH 1875000000000, ipsumque latus FH erit 4330127 vero minus, & 4330128 vero maius, cui in tabula sinuum (adhibita parte proportionali) respondent grad. 25. min. 39. sec. 32. pro arcu FB, ve' angulo FAB, quo ablato ex gradibus 180, reliqua summa angulorum æqualium ad basim FB est gr. 154. min. 20. sec. 28; atque idcirco uterque complectetur grad. 77. min. 10 sec. 14, qui maior est, quam triplus anguli FAB gr. 25. min. 39. sec. 32. cum hic triplicatus efficiat tantummodo grad. 76. min. 58. & sec. 36. Sed cum Clavius subdat eius loci non esse paralogismum indicare, nos indicabimus, qui consistit in præmissa, quam assumit, ut veram, sed non probat, hoc est lineas BI, & AI bifariam secari in V, & X per rectas ZF, & ZG, ex quo sequeretur per præmissum lemma, lineas FB, & FI inter se æquales esse; & æquales angulos FIB, & FBI, Sed, cum non probetur lineas BI, & AI bifariam secari in V, & X, tota corrumpit demonstratio, & præmissio lemme abiicitur. Adnotandum est etiam in hac propositione, quod assumit quadrilatera BFIZ, AGIZ, ut dupla triangulorum GEZ, FEZ, quod si verum esset, eo minus posset argui æqualitas rectarum IV, & BV, IX, &

A X. Sed hoc potius tribuendum est menti, quæ ob tam pulchra inuenta, usque ad ebrietatem exhilarata oblita est pro triangulis  $G E Z$ , &  $F E Z$  ponere triangula  $F I Z$ , &  $G I Z$ , quæ esse subdupla quadrilaterarum  $B F I Z$ , &  $A G I Z$ , non mirum est asseri ab eo, qui in geometricis vititur sensu duce, non ratione ad iudicandum, quæ sensuum fallacia, licet in omnibus, in geometricis vero vitiosissima. Sed ad decimam septimam propositionem: nam huiusce propositionis confectarium cum ipsa propositione corrui.

*Propositio decima septima. Problema decimum quartum.*

**E**nnagonum regulare geometricè conscribere ex supra à nobis demonstratis hoc adeo facile efficitur, ut vix, quod reliquum est, inter problemata, locum habere debeat.

Descripto circulo, statim habetur hexagoni latus. Deinde arcus, sine angulus  $A C D$  secetur trifariam, ut pars tertia sit  $A F$ , quæ erit ennagoni unum latus, & cum id clarissimè pateat, noua non eget demonstratione.

Cum trisectio anguli ab hoc hucusq; tradita auctore demonstrata sit fallax, non insistendum amplius erit fallaciæ huius demonstrationis, sed transitum faciemus ad sequentem demonstrationem, in qua promittit nouam methodum trisectandi angulum rectilineum geometricè, in qua fortasse absurdiora præteritis reperiemus.

*Propositio decima octaua. Problema decimum quintum.*

**A**ngulum rectilineum trifariam noua methodo geometricè secare. Sit angulus quilibet planus  $A C B$ , quem oporteat in aquas partes trifariam secare. Iungatur  $A B$ , quæ in  $E$  bifariam diuidatur. Scribatur semicirculus centro  $E$ , & intervallo  $A E$ , &  $E B$ , & in peripheria ponatur  $B I$  pars tertia, quod unica fiet apertura circini geometricè. Ducta vero altera diametro  $C E$  in  $G$ , producaturs etiam in oppositam partem, ita ut  $E H$  aquetur  $E G$ ; à puncto  $H$  iungatur  $H I$  secans partem peripheriæ  $A D B$ , sine anguli  $C$  dati in  $N$ . Dico, quod angulus  $A C B$  erit sectus trifariam à linea  $C N$ , ut angulus  $B C N$  tertia fiat pars anguli  $A C B$ . Iungantur linea  $E N$ ,  $C N$ . Quoniam iungitur linea  $E I$ ,  $E H$  æquales sunt, anguli supra basim  $H$ , &  $I$  æquantur, quos externus  $G E I$  adæquat, si apponatur angulus  $N E I$ , erit totus angulus  $D E N$ .

*DEN* equalis tribus *EHI*, *EIN*, *NEI*; at duobus hisce postremis est equalis angulus *ENH*. In triangulo igitur *ENH*, anguli *ENC*, *CNH*, *EHN*, aequales sunt externo angulo *DEN*. At duos posteriores *CNH*, *EHN* adaequat externus angulus *ECN*. Igitur externus angulus *DEN* equalis est duobus internis, & oppositis *ECN*, *ENC*. Ergo angulus *DCN* ad *N* punctum cum linea *HI* conuenit. Ideo qua pars est angulus *GEI* semicirculi *AGB*, eadem pars erit angulus *DCN* peripheria *ADB*, sine anguli *ACD*, & qua pars *IEB* semicirculi, eadem pars *NCB* peripheria *ADB*. Sed *IEB* pars est tertia semicirculi. Ergo, & arcus *NB*, sine angulus *NCB* peripheria *ADB*, sine anguli *ACB* est pars tertia. Igitur à linea *HNI* tertia pars anguli dati secatur. Et factum est, quod oportuit.

B

Miror Virum, qui videtur prima geometriæ elementa non ignorare, tam absurdè argumentari: nam quidquid in hac argumentatione intercipitur inter lineam illam, cui in margine adscriptimus characterem A, vsque ad illam, cui adscriptimus characterem B, assumit, ut probet angulum *DCN* ad punctum *N* cum linea *HI* conuenire, quod sequitur ex ipsa constructione: ait enim iungantur lineæ *EN*, *CN*, deinde concludit angulum *DCN* eandem partem esse peripheriæ *ADB*, quæ pars est angulus *GEI* semicirculi *AGB*, nihil omnino præmittendo, ex quo hæc conclusio erui possit; itaque quod probandum erat, non probat, quod non probandum, probat, ut temerè prolatis verbis adeo sua crescat oratio, ut tantæ magnitudinis videatur, quanta verisimiliter sufficeret ad probandum propositum, si probari posset; non secus, ac si quis data longitudine carmina metiretur: Sed, ut hanc methodum non veram esse ostendamus, ipsam examinabimus canone trigonometrico in angulo dato acuto, recto, & obtuso; & ut acuti, & obtusi sit determinata quantitas, sumemus arcum hexagoni pro acuto, & trigoni pro obtuso, & ex calculo, qui verè lapis est lydius pro hisce inuentis examinandis, apparebit tantum in recto hanc methodum veram esse, quem etiam aliter trifariam secari ostendimus.

Sit datus angulus *ACB*, cuius arcus *ADB* subtendatur chorda *AB*, quæ bifariam secetur in *E*. à perpendiculari *CD* à centro *C* demissa, & centro *E* interuallo *AE*, seu *EB* describatur circulus *AGBH*. Dico, quod hic circulus diuersimodè secabit perpendicularem *CD*, prout angulus datus fuerit minor, vel maior, vel æqualis recto. Nam si fuerit minor recto, secabit circa centrum *C*: si ma-

Fig. 34.

Fig. 35.

Fig. 36.

ior

ior recto, ultra centrum C; si æqualis recto, in ipso centro C.

Fig. 34. Sit primò angulus A C B datus minor recto, erit eius semissis A C E minor semisse vnius recti, & consequenter minor angulo E A C complemento ad rectum. Quare latus oppositum A E erit minus latere E C. Ergo E H minor, quam E C, & consequenter D C secatur citra centrum.

Fig. 35. Sit secundò angulus datus A C B maior recto, erit eius semissis A C E maior semisse vnius recti, & consequenter maior angulo E A C complemento ad rectum. Quare latus oppositum A E, erit maius latere E C, Ergo E H maior, quam E C, & consequenter D C secatur ultra centrum.

Fig. 36. Sit tertio angulus A C B rectus, erit eius semissis A C E æqualis angulo E A C complemento ad rectum. Quare latera E A, & E C æqualia erunt. Sed lateri E A æquatur latus E H: punctum igitur H cader in centro. Quod probandum.

Fig. 37. Dico secundò hanc methodum trifariam secandi angulum quemcunq; rectilineum, falsam esse, & tantum verificari in angulo recto. Sit enim datus angulus acutus A C B graduum sexaginta, & reassumpta auctoris constructione. Dico arcum N B non esse eam partem arcus A D B, quæ pars est arcus I B semicirculi A G B: nam si N B est tertia pars arcus A D B graduum sexaginta, erit N B graduum 20, & cum arcus A D B bisecitur in D, erit D N graduum 10, & B I tertia pars semicirculi erit graduum 60, & G I complementum ad rectum graduum 30. A punctis I, & N cadant perpendiculares ad C G, rectæ I M, N O, & iungatur E I. Quia D C est æqualis A B, & A B dupla G E, erit D C dupla ipsius G E. Igitur posita D C, tanquam sinu toto partium 100000, erit G E talium partium 50000. Quare I M, qui est sinus rectus anguli G E I graduum 30, erit talium partium 25000, qualium in triangulo rectangulo I M E sinus totus E I, idest G F est 50000, & qualium D C est 100000. Sinus autem complementi, idest recta M E erit 43301, & tota M H erit 93301. Quia vero arcus D N supponitur graduum 10, etiam angulus D C N erit graduum 10. Ergo N O eius sinus rectus erit partium 17365, qualium C D est 100000, & I M 25000, & M H 93301. Cum autem sit, vt I M ad M H, ita N O ad O H, si multiplicentur 93301 per 17365, & productum diuidatur per 25000, prodibit in quotiente 64806  $\frac{21881}{25000}$  pro linea H O, à qua si subtrahatur E H, idest 50000, erit residuum 14806  $\frac{21881}{25000}$  æquale rectæ E O. Sed E O est minor, quam D E, & D E sinus.



sinus versus graduum triginta est 13397. Ergo 14806  $\frac{21862}{100000}$  erit minusquam 13397. Quod absurdum nam est maius.

Sit secundo datus angulus ACB graduum 120 obtusus, & reasumpta auctoris constructione. Dico arcum NB non esse eam partem arcus ADB, quæ pars est IB semicirculi AGB: nam si NB est tertia pars arcus ADB graduum 120; cum arcus ADB bisecetur in D, erit DB grad. 60, & DN grad. 20; et, ut superius, à punctis I, & M cadant perpendiculares ad CG rectæ IM, NO, & iungatur EI. Posito DC, tanquam sinu toto partium 100000, erit BE sinus grad. 60, idest 86603, cui æquabitur GE, seu EI. Quare IM sinus graduū 30 erit taliū partium 43301  $\frac{1}{2}$  qualium DC est 100000, & BE 86603, & ME sinus complementi erit earumdem partium 75000  $\frac{79602}{100000}$ ; cui si addatur EH æqualis GE 86603, erit tota summa 161603  $\frac{79602}{100000}$  æqualis rectæ MH, & ON sinus graduum 20 erit earumdem partiū 34202. Sed cum sit, ut IM ad MH, ita ON ad OH, si multiplicetur 161603  $\frac{79602}{100000}$  per 34202, & productum diuidatur per 43301  $\frac{1}{2}$ , prodibunt in quotiente 127643  $\frac{22903}{25000}$  pro linea OH, à quo si dematur 86603, sinus graduum 60 æqualis EB, seu EH, erit residuum 41040  $\frac{22903}{25000}$  æquale EO, cui si addatur OD sinus versus graduum 20, idest 6031, erit tota summa 47071  $\frac{22903}{25000}$  æqualis ED sinui verso grad. 60, idest 50000. Quod impossibile, ergo &c.

Fig. 38.

Sit tertio angulus ACB datus rectus, reasumpta eadem constructione, punctum H cadet in C, & in circulo AGBH erit angulus ICB ad circumferentiam semissis anguli ad centrum IEB. Sed angulus ICB est ad centrum quadrantis ADB. Ergo NCB erit semissis anguli IEB: cum ergo semicirculus ad quadrantem habeat proportionem duplam: quæ pars erit BE I semicirculi BIGA eadem erit, & BC N quadrantis BND A. Quare in hoc casu rectè angulus trifariam secatur.

Fig. 39.

Eodem modo fallitur in decima nona, & vigesima propositione: nam eadem est constructio, & methodus; & propositiones illæ verificantur tantum in angulo recto. Eodem modo corruunt omnes adnotationes sequentes vsque ad vigessimam primam, ad quam transitum faciemus: illa enim est, quæ materiam, & occasionem præbuit scribendi, & quam rectam, & geminam esse Campionus se tutari posse gloriatur.

*Propositio vigesima prima. Problema decimum septimum.*

**D***uas medias inter extremas lineas in serie quatuor proportionallium geometricè inuenire.*

*Antiqui Sapientes ad hoc problema referebant, & meritò, illud famosum de cubi duplicatione, quod quidem à nemine hactenus geometricè absolutum fuerat: quamquam per genera diuersa, qua omnia, ut à legibus exuberantia facultatis non admiserunt synceriores Geometra, & nos simul cum Vietæo postulato reieccimus, ostensuri per germana principia, & facile perfici posse, ut sequitur.*

Si Geometriæ synceritas in fallacijs consisteret, ac paralogismis, hic esset syncerissimus Geometra, ut pote fallaciarum, ac paralogismorum plenus, sed cum consistat in demonstrationibus, quæ pariant certam scientiam, hic autem illas parum nouerit, utique dicendus erit mendax Geometra, nec video quomodo possit asciscere sibi sinceri nomen: Sed venio ad eius argumentationes.

*Sint itaq; extrema data Z & X linea, inter quas oporteat medias inuenire in analogia continua.*

Fig. 40.

*Ex semisse Z tanquam semidiametro circulus sit B C L, in quo posita B C aequalis X minori exposita, & duplicetur in D C, ita ut B D dupla sit B C. Deinde per centrum ex D puncto ducatur D A E, cui à puncto B fiat parallela B G. Usque adhuc constructio Vietæ, cuius est eadem propositio quinta supplementi. Herigonius in Algebra supplemento propos. 1. etiam transfert illam, & alij alibi, qui in constructione bene se habent. Deinde mechanicè procedunt, cum in A puncto fixam ponant regulam, ut pars eiusdem inter B G, & C Beductam colligatur H I aequalis semidiametro A B, qua quidem effectio rejicienda prorsus est: at nostra intra geometricos consistit confines. Nimirum.*

Hic opus est adesse animis: sed forte. Parturient montes, & nasceatur ridiculus mus.

*A puncto B per centrum A altera ducatur diameter B A F, cui ex E puncto equidistans fiat E G occurrens B G in puncto G. Postea ex F per G punctum altera agatur linea F G H conueniens cum C Beducta in H puncto (quod conuenire sit necesse, facile probari potest) & tandem ex H puncto per centrum circuli A agatur H A L secans B G in I, & circulum in K punctis. Dico quod H I erit aequalis semidiametro K A; & quod proportionales erunt K L, H K, B C.*

*Constructio itaq; hac prorsus Enclidea est, & demonstratio sic procedit.*

dit. Ducatur  $BM$  parallela  $HL$ ; & à puncto  $K$  altera  $KP$  parallela  $DA$ . Deinde à puncto  $P$  adhuc  $PO$  æquidistans  $HL$ . Facta hac preparatione triangula  $BIH$ ,  $POD$  sunt inter se, & toti triangulo  $AHD$  æquiangula, & similia ex vi parallelarum, quod facile evincipoteft. Si verò iungatur  $KM$ , fiat æquidistans  $DH$ ; & iterum triangulum  $AKM$  tribus illis iam dictis simile fiet. Sed in parallelogrammo  $DMKP$  latera ex adverso æqualia sunt, pariter & in altero parallelogrammo  $BMKH$ . Igitur latus  $HB$  æquale evadit lateri  $DP$ , utrumque enim lateri  $KM$  æquale est; & cum tria triangula  $HBI$ ,  $DPO$ ,  $KMA$  sint similia, latera eorum erunt homologa, & æqualia, scilicet  $HB$ ,  $PD$ ,  $KM$ . Ergo & reliqua homologa erunt æqualia latera, idest  $HI$ ,  $PO$ ,  $KA$ . Sed  $KA$  est semidiameter circuli. Ergo  $HI$  ipsi semidiametro  $KA$ , vel  $BA$  æqualis. Quare à puncto  $A$  extra ducta est linea  $AH$ , & pars eius  $HI$  intercepta à duabus lineis  $BG$ ,  $BH$ , æquatur semidiametro. Et hoc geometricè instanturatum erat demonstrandum, quod Vieta, Herigonius, & alij per postulatam, siue mechanicè deducebant.

Hoc non tantum erat demonstrandum, sed etiam nunc est demonstrandum: assumit enim lineam  $KM$ , uti æquidistantem lineæ  $DH$ , sed non probat, neque per se patet; & si ipse auctor, vel alter mihi probaverit, erit mihi magnus Apollo. Qualis esset Campionus, cuius fides ad hæc tuenda est interposita, sed præter vocem, aliud nihil hucusq; ad aures meas peruenit. Quotiescunq; enim  $KM$  non sit æquidistans  $DH$  latera  $HB$ ,  $DP$ , &  $KM$  æqualia non erunt, neque  $HI$ ,  $PO$ , &  $KA$ . Sic reliquum, quod subdit ad complementum demonstrationis, ex Vieta, servata auctoris huiusce constructione, consentaneum non esse per se patet. Quare prætermisso etiam sequenti lemmate, est enim Vietæ, ad vigesimam secundam propositionem transitum faciemus.

*Propositio vigesima secunda. Problema decimum octavum.*

**C**ubum duplicare, aut in alia quavis data ratione exhibere. Dantur duæ extrema lineæ  $A$   $B$  in dupla ratione, & ex præmissis duæ media in analogia continua reperiuntur  $C$ ,  $D$ ; & cum ex elementis habeatur, quæ ratio extremarum quatuor proportionalium in geometrica analogia eadem est solidi super primam ad simile solidum super secundam. Si igitur  $A$ , &  $B$  extremae sint in dupla, aut alia quacunque

Fig. 41.

G ratione,

*ratione, etiam cubus super primam, ad cubum super secundam fit in eadēdem ratione duplus, vel alia data. Cubi namq; sunt prorsus similes solidi. Igitur factum erit, quod oportuit, & si extrema in diversa expandantur ratione pariter solida super primam, ac secundam in eademmet resalutabunt.*

## A D N O T A T I O.

**P**roblema hoc illud est socius à multis decantatum, vel pro Glanci sepulchro, vel pro ara Regis, aut Deliaci Oraculi iussu duplicandis propositum: ambo enim erant figura cubica, & illa eadem servata, nesciverant Artifices duplum exhibere: à Geometria namq; in nemio duarum mediarum petenda erat, & quidem geometricè. Quod ante nostra hæc pauca, à nemine præstitum fuerat.

*Hiscæ itaq; expositis perfecimus ea, quæ initio eramus polliciti, ut patet. Interim unum, vel alterum subnectemus problema emendatum, ut deinceps, qui nostro fruuntur otio, maiorem ad plura emendanda facilitatem consequantur.*

Ergo adhuc etiam tot malis vexabitur Europa, in qua natus est ille, qui cubum geometricè duplicaret? quò tuum Apollo euadit oraculum, quo Delijs; ac cæteris Græcis malorum finis promittebatur, si aram, quæ formæ erat cubicæ, duplicassent. Sed si oraculo illo, ut interpretatus est Plato, neglectæ geometriæ Græci accusabantur; quid mirum, si undique Europa tot vastata bel'is, tot diruta cladibus tot laniata rapinis, omnibus malis vexatur, cum in ipsa geometria, tam malè, tam foedè habeatur. Quod, ut in cæteris, magis etiam in hac methòdo inveniendi inter duas datas rectas lineas duas medias in serie quatuor continuè proportionalium elucescat, experiemur, an possit cubus duplicari, ita datis duabus lineis in proportione dupla, utar auctoris constructione, quam falsam esse, examen per trigonometricum canonem demonstrabit.

Fig. 42. Sit  $EO$  dupla rectæ  $BC$ , & inter  $EO$ , &  $BC$  sint inveniendæ duæ mediæ proportionales in continua analogia iuxta methodum auctoris; duplicetur  $BC$  in  $D$ , & cætera, ut in sua constructione, secundum quam necesse esset rectam  $HI$  æquari rectæ  $KA$ , seu  $BC$ , ut sint quatuor continuè proportionales  $EO, HB, HK, BC$ . Dico  $HI$  non esse æqualem rectæ  $BC$ ; Quia, ut  $BF$  ad  $AF$ , ita  $BG$  ad  $RA$  erit  $BG$  dupla  $RA$ . Item, quia anguli  $HBF, FBC$  sunt æquales duobus re-

ctis

Etis dempto recto  $G B A$ , erit  $G B H$  complementum ad rectum anguli  $A B C$ , qui, cum sit grad. 60, erit angulus  $G B H$  graduum triginta. Ponatur pro sinu tota  $F G$  partium 100000 eius quadratum 10000000000 erit æquale quadratis rectarum  $G B$ , &  $B F$ , idest (cum  $B F$  sit quadruplum quadrati rectæ  $G B$ ) erit quadratum rectæ  $F G$  quintuplum quadrati rectæ  $G B$ , & scilicet quadratum quadrati rectæ  $F B$ . Quare 20000000000 erit quadratum rectæ  $G B$ , & eius radix quadrata 44721 vera minor, & 44722 vera maior erit æqualis rectæ  $G B$ , & radix quadrata 8000000000, idest 89442 vera minor, & 89443 vera maior erit æqualis rectæ  $F B$ , quibus in tabula sinuum reperientur correspondentes anguli scilicet angulus  $G F B$  graduum 26. 33. 53, & angulus  $B G F$  grad. 63. 26. 7. Quare angulus  $B G H$  erit grad. 116. 33. 53, & eius sinus erit 89443. Angulus  $G B H$  est graduum 30, cuius sinus 50000, angulus  $G H B$  graduum 33. 26. 7., cuius sinus 55099. Si igitur sinus anguli  $G B H$  5000, ducatur in rectam  $B G$ , idest 44721, & productum diuidatur per sinum anguli  $G H B$ , idest 55099, reperietur 40582  $\frac{173241}{100000}$  pro recta  $G H$ , cui si addatur dimidium totius  $F G$ , idest 50000 erit 90582  $\frac{173241}{100000}$  æqualis  $R H$ , per quem numerum, si diuidatur id, quod sit sub semisse  $G B$ , seu  $R A$  in  $G H$  producet 10017.  $\frac{173241}{100000}$  cui numero æqualis erit  $G I$ . Cognita ergo sunt latera  $G H$ , &  $G I$ , & angulus comprehensus  $H G I$  grad. 116. 33. 53. Quare summa reliquorum angulorum  $G H I$ , &  $G I H$ , erit grad. 63. 26. 7. & eius semissis grad. 31. 43. 3. 30. cuius tangens erit 61803, quæ multiplicata per  $G H$  minus  $G I$ , & diuisa per  $G H$  plus  $G I$  producet 37332, qui erit tangens grad. 20, 28, 18, semissis differentie angulorum  $G H I$ , &  $G I H$ , quæ detracta ex semisse aggregari, relinquet grad. 11, 14, 45, pro angulo  $G H I$ , & grad. 52. 11. 22. pro angulo  $G I H$ . Si igitur fiat, ut sinus anguli  $G H I$  grad. 11. 14. 45, idest 19490, ad  $G I$ , quæ inuenta est partium 10017  $\frac{173241}{100000}$ , ita sinus anguli  $H G I$  grad. 116. 33. 53, idest 89443, ad alium numerum inuenietur 45973. pro linea  $H I$ , qui numerus maior est, quam 44721, cui æqualis posita est  $G B$ , &  $G B$  æqualis  $K A$ . Ergo  $H I$  maior est, quam  $K A$ , & non æqualis, ut supponitur ab auctore. Ex quibus huiusce methodi falsitas abunde apparet.

Sed ad vigesimam tertiam, & vigesimam quartam propositionem, in quarum prima emendatur propositio trigesima prima Pappi lib. 4. Mathematicarum collectionum: in altera verò generalior eiusdem effectio promittitur.

*Propositio vigesima tertia. Problema decimum nonum.*

Fig. 43.

**D**ato parallelogrammo rectangulo  $ABCD$ , & externa linea  $G$ , oporteat ex angulo  $A$  rectam ducere lineam in oppositum latus  $DC$ , ut producta occurrens  $BC$  externa portio  $EF$  fiat equalis  $G$  data est Pappi lib. 4. Mathematicarum collectionum propos. 31.

Ducatur diameter  $AC$ , & angulus  $ACB$  secetur trifariam linea  $MC$ , ut pars tertia fiat  $ACM$ ; & à puncto  $M$  ducatur  $MH$  aquidistans  $AD$  siue  $BC$ ; & in producta  $AD$  sumatur  $DK$  data linea  $G$  equalis. Facto deinde centro  $D$  intervallo  $G$ , portio circuli  $HK$  scribatur occurrens linea  $MH$  in puncto  $H$ , & ab eodem ducatur  $FHN$  parallela lateribus  $AB, DC$ , quæ cum  $BC$  producta convenire manifestum est, concursus sit in  $F$  puncto, & iuncta  $AF$  secans  $DC$  in  $E$ . Disco, quod  $EF$  equalis est  $G$ , & officit problema. Compleatur figura  $ABFN$ , cuius diameter  $AF$ , & equalis illi altera  $BN$ , triangula  $CEF, DLH$  sunt æquiangulara. Quod quidem ratione parallelarum facillè probabitur. At in quadrilatero  $DEFH$ , duo latera  $DE, HF$  equalia sunt, sicut & in altero  $CFHL$  duo  $FH, CL$ . Igitur &  $DE$  &  $CL$  equalia erunt: Ideoque in iisdemmet triangulis  $CEF, LDH$  latera erunt omnia sibi invicem respondentia equalia; &  $EF$  ipsi  $G$  equalis fiet. Quod erat demonstrandum.

Si aliquid unquam fuit emendandum, emendanda profecto erat Pappi propositio, ut ad huiusce auctoris geometricam synceritatem reduceretur, quæ cum in paralogismis consistat, quatuor turpissimis maculis foedanda erat Pappi demonstratio, ut iuxta methodum suam quatuor paralogismis demurparetur, quorum primus est trisectio anguli per methodum auctoris. Secundus paralogismus est, quod illa trisectione non utitur ad demonstrandum. Tertius est in constructione, cum data cuicunque lineæ  $G$  posita sit equalis  $DK$ , cuius intervallo, & centro  $D$ , si describatur portio circuli  $HK$ , vult occurrere lineæ  $MH$  in  $H$ , quod tunc tantum accidere potest, quando linea data  $G$ , cui posita est equalis  $DK$  maior est linea  $DL$ , quod non accider, quando data sit equalis, vel minor linea  $DL$ . Quartus paralogismus est, dum assumit lineam  $EF$ , ut parallelam lineæ  $DH$ , sed non probat, neque ex constructione resultat. Primus paralogismus patet ex præmissis. Secundus etiam patet: nam, si angulus  $BCA$  non solum in tres partes, sed etiam in quinque, septem, & quomodolibet secaretur, eodem semper modo ipsius argumentatio procederet: ex angulo

angulo enim  $ACB$  rrisecto non amplius innuit rectam  $EF$  æquari datæ  $G$ . Tertius etiam paralogismus non eget difficili ostensione: nam, si data  $G$  sit æqualis  $DL$ , cadet arcus  $KH$  in puncto  $L$ ; & si minor inter  $L$ , &  $D$ , per quæ puncta ducta parallela lineæ  $AB$ , erit ipsa  $DC$ , & methodus auctoris omnino corruct. Quartus paralogismus, hoc est non probari lineam  $EF$  esse parallelam lineæ  $DH$ , patet etiã, quia ex vi parallelarũ deducit triangula  $CEF$ , &  $DLH$  esse æquiangularia; Sed, si  $EF$  non sit parallela ipsi  $DH$ , non amplius angulus  $CEF$  est æqualis angulo  $LDH$ , imo, si essent parallelæ rectæ  $EF$ , &  $DH$ , non opus esset maiori demonstratione ad probandum, quod sint æquales, cum ex constructione parallelæ sint ipsæ  $DE$ , &  $FH$ . Sed ut huiusce quartii paralogismi fallacia melius elucescat. Dicq vnicam tantum esse lineam in infinita serie omnium linearum, quæ hac methodo aptari possit, quæ, si supponatur aptata, altera minor, aut maior aptari non poterit.

Sit datum parallelogrammum rectangulum  $ABCD$ ; & externa Fig. 44.  
linea  $G$ , quæ inter  $DC$ , &  $BC$  productam sit aptata iuxta methodum auctoris, ut perueniat ad punctum  $A$ , & sit  $EF$ , quæ necessariò etiam erit parallela, & æqualis rectæ  $DH$ . Dico, quòd si detur altera linea minor, vel maior data  $G$ , non poterit iuxta methodum eiusdem auctoris inter easdem lineas aptari, ut ad idem datum punctum perueniat. Retenta eadem auctoris constructione, sit data recta  $X$  minor, quàm  $G$ , sed maior, quàm  $DL$ , cui ponatur æqualis  $DT$ , cuius intervallo, & centro  $D$  describatur arcus  $ST$  secans  $MH$  in  $S$ , & ducta  $DS$  per punctum  $S$  agatur  $PV$  parallela  $CD$ , &  $AB$  secans  $BC$  productam in  $P$ , & ducta recta  $AP$  secet  $DC$  in  $R$ . Dico, quòd si  $EF$  est æqualis, & parallela rectæ  $DH$ ,  $RP$  non erit æqualis, nec parallela rectæ  $DS$ : & e contra, si  $RP$  sit æqualis, & parallela rectæ  $DS$ ,  $EF$  non erit æqualis, & parallela rectæ  $DH$ . Quia  $EF$  ex suppositione est æqualis rectæ  $DH$ , & ex constructione  $DE$ , &  $FH$  sunt parallelæ, erit  $DE$  æqualis  $FH$ . Sed  $FH$  æquatur  $PS$  ob parallelogrammum  $PFHS$ . erit igitur  $ED$  æqualis rectæ  $PS$ . Sed  $RD$  est maior, quàm  $ED$ . Ergo  $RD$  est maior, quàm  $PS$ . Quare  $RP$ , &  $DS$  non erunt æquales, & parallelæ: Si enim æquales essent aut parallelæ, cum per constructionem  $PS$  sit parallela  $RD$ , esset  $RD$  æqualis  $PS$ , & non maior. Sit e contra  $RP$  æqualis  $DS$ , erit  $RD$  æqualis  $PS$ , & consequenter  $FH$ . Quare  $ED$  minor erit, quàm  $FH$ : non igitur  $EF$  æqualis est  $DH$ . Ex quibus patet vnicam tantum lineam posse  
aptari

aptari hac methodo in serie infinita linearum.

His quatuor paralogismis utitur etiam in sequenti vigesima quarta propositione, quæ, cum satis superq; pateant ex dictis, eam missam faciemus. Et hæc pro utrâq; propositione dicta sufficient.

Vigesima quinta propositio est Archimedis libro de spiralibus propositione quinta, in qua propria methodo aptat æqualem datæ linæ inter conuexum circuli, & diametrumeductam, ut ad datum in vertice quadrantis punctum pertineat, quæ methodus per se considerata recta est, ut cum Vitellione & nos supra demonstrauiamus, & hoc modo hæc propositio à fallaciæ reatu absoluitur. Si verò consideretur, ut ab hoc auctore demonstratur, à fallacia vindicari nullo modo potest, ut patet ex dictis,

Post hanc propositionem subdit adnotationem, de cuius fidelitate patet ex dictis, quæ hic (ne eadem repetenda tories sint) iterum subdere piget. Sicuti neque ipsam subdimus adnotationem, post quam generali confectario, quo Vieta suum geometriæ supplementum claudit, ipsissimis Vietæ verbis concepto, claudit opusculum, ex quo tot fallaciarum flosculos excerpimus, licet minuta magis neglexerimus, ex quibus non honoris, sed dedecoris corona Auctori neceretur  
&c,





# APPENDIX RIMARVM,<sup>55</sup>

QVÆS DVCIT

## GEOMETRIA

Malè Restaurata

AB EODEM AUCTORE A. S. L.



Xistimabam me omnes Geometricæ fabricæ rimas detexisse, postquam malè restauratam in hoc libello ostendi; sed altera superuenit restauratio in libello, cui titulus.

*De Reflexionis puncto ad Opticæ Geometricæ Instauratio*  
*Authore A. S. L.*

**I**N quo, & sua supplementi Viæ instauratio vocatur, & omnia paralogismis cumulantur, quos leuiter, & cursim indicabo, cum non sit operæ pretium ilis multum insistere. Quare prætermisiss nonnullis ab ipso perperam prolatis, ad primam problematis solutionem me transferam.

### SOLUTIO PROBLEMATIS PRIMÆ.

**C**irculus datus circa centrum *A*, & duo puncta *BC*, sine linea externa *BC* inæqualiter à centro remota, oporteat ab ipsæ ad eam peripheriam duas inflectere ad angulum lineas, quæ porciones de circulo abscindant æquales, aut quod eodem recidit, diametro angulus ille bisecetur æqualiter.

Fig. 45.

Sic circulus, & per eius centrum ducatur *BAD*, *CAE*, & linea *BC*, ita in *F* diuidatur, ut se habet *BD* ad *GE*, deinde ex *F* per centrum agatur linea *FAG*. Dico punctum *G* in peripheria esse illud problema

*blema absolvens, scilicet si ducantur BG, GG linea, auferre de circulo GM, GN, portiones aequales, aut à diametro GAO angulū BGC aqualiter diuidi in BGA, CGA; & hoc illud est, quod problema requirit, & Optici dicunt, quod angulus, quem cum tangente facit plano in puncto G, linea BG incidentia aequetur angulo à linea reflexionis in eodē puncto G: Igitur unica constructione, & unica demonstratione pariter fiet satis. Considerentur in schemate duo triangula BAH, CAK ad angulum composita communem BAC. & sint latera triangulorum vicissim producta. Ergo idem angulus aequialet tam angulis internis oppositis H & B, quam in altero triangulo reliquis ad C & K: Igitur quantum angulus H ab angulo K differt, tantum vicissim angulus C ab angulo B distat, hoc est interpretando pro angulis arcus obuersos accipientes, scilicet quantum arcus GE, GD differunt, tantum NI ab ipsis ML: nam pro angulis H, & K, arcubus NL, & MI acceptis, & qui communis habetur IL ablato, eadem differentia inuenitur inter NI, & ML, quae erat inter NL, & MI: Igitur eadem reperitur differentia.*

Nescio, ex quibus principiis didicerit hic auctor mensurare angulos arcubus circulorum, quibus anguli neque ad centrum, neque ad peripheriam insistant, ut arcus NL, & MI velit esse mensuras angulorum H, & K, cum anguli H, & K neque ad centrum, neque ad circumferentiam dictis arcubus insistant. Non quidem ex Euclide, quod & ipse auctor post paucas lineolas asserit.

*At quia nonnulli sunt magis ad Criticem, quam ad Zetesim; seu ad assequendum porisma proclines, ne videamur noua hac demonstrandi ratione sponte voluisse ab Euclidea discedere &c.*

Fateor me ex ijs esse, qui in huiusmodi rebus ad Criticem, quam ad Zetesim sunt procliuiiores; & cum ipse auctor se ab Euclidea ratione discedere fateatur, velim mihi indicaretur, quisnam iste est ita ad zetesim instructus, qui hoc modo posse angulos mensurari inuenit. & docuit. Sed videamus quomodo id Euclidea ratione demonstret.

*Ducatur linea CPR, & sint assumptae GC, GR aequales (at in hoc liberum erit quoduis aliud sumere punctum) & in duobus triangulis CPG, RPG, duo latera vnius GC, GP sunt aequalia lateribus duobus alterius GR, GP, & angulus vnius GCP aequatur angulo alterius GRP (nam supra basim sunt in vno isoscele GCR) eidem lateri oppositis: quum verò constet de specie anguli oppositi reliquo lateri in utroque triangulo (ut precipitur communiter in doctrina planorum triangulorum discrepante nullo) sequitur, quod triangula CGP, RGP aequalia, &*  
*equian-*

*aquiangula sint, & anguli deinceps ad P recti, & linea C P, P R aequales. Ergo, ut prius linea B G, C G sunt à centro aequaliter remotae. Quod erat ostendendum.*

Ex communi doctrina planorum triangulorum discrepante nullo habetur, quando alicuius trianguli datur vnus angulus, & duo latera circa alterum angulum cum specie alterius anguli, dari triangulum, magnitudine. Species verò alterius anguli debet esse illius, qui alteri datorum laterum opponitur, sed hic non video, quomodo detur huiusce anguli species: nam species anguli, quæ dari deberet, esset species anguli G P R oppositi alteri laterum datorum G R, cum alteri lateri dato G P oppositus angulus sit datus G R P, sed hæc species nō datur, neq; ex suppositione, neq; ex constructione, aut demonstratione antecedenti, & etiam si daretur posset dari alter in specie acuti, & alter in specie obtusi, & inde erui non posset similitudo triangulorum, quæ tamen est necessaria ad probandum angulos illos esse rectos. Vnde tota corrui demonstratio, & illatio, qua infert lineas B G, G C esse à centro æqualiter remotas, quod tantū verum est, quando anguli ad P sunt recti. Hoc problema vndecim modis diuersimodè soluit, seruata semper eadem paralogistica argumentatione, vsque ad decimam solutionem, sed tantum constructionem auget, minuit, variat, vt malè, & inutiliter construendo leuiorum errorum umbris summa omnium errorum simulacrum expoliretur. Sed ad solutionem decimam.

### SOLUTIO DECIMA.

**S**IT circulus, & puncta B C; ducantur, ut prius tangentes B D, C E, & ad centrum alia B A, C A: Arcus deinde F G à lineis ad centrum comprehensus secetur geometricè in puncto H, ut fiat F H ad H G, ut se habent D G ad E F. A puncto postea H per A centrum linea ad peripheriam producta secet in K. Dico punctum K efficere, ut supra in alijs problema: nam præter communem visupra demonstrationem, sunt arcus D G ad E F, ut F H ad H G, ita & chorda, & arcus extremi, si iungantur, hoc est D H, & medijs hoc est H E, ita postea arithmetice se habent in ratione, ut quantum D H excedet arcum H E, vicissim K E excedet D K: compositi itarum extremi H D, & D K æqualitatem constituunt cum compositis ex medijs H E, K E: sed dirimuntur à linea per centrum K A H, sunt itaq; semicirculi: linea igitur B K ad C K ad pla-

Fig. 46.

H

num

num tangentem in puncto  $K$ , angulos conficiunt incidentia, & reflexionis pares. Quod volebamus: Ideoq;

Tantæ molis erat probare, compositum ex arcubus  $HD$ , &  $DK$  esse semicirculū, & æquale composito ex arcubus  $HE$ , &  $KE$ ? Si hoc patet ex ipsa contruſtione, cum dicat *A puncto postea  $K$  per A centrum linea ad peripheriam perducta secet in  $K$* . Quis enim nescit lineam rectam per centrum circuli ductam, & peripheria terminatam, esse eiusdem circuli diametrum, & figuram illam, quæ sub diametro continetur; & sub ea linea, quæ de circuli peripheria aufertur esse semicirculū? Crederem hoc à nemine ignorari, qui primas viderit Euclidis definitiones. Post tantum postea apparatus, æqualitas angulorum ad punctum  $K$  nullo modo probatur, & illata conclusio nihil cū præmissis commune habet, Sed ad sequens Lemma,

### LEMMA II.

**D**icitur in præmissis problemate, ut arcus  $FG$  diuidatur in ratione arcuum  $DG$  ad  $EF$ , quod facile fiet; & prominus exercitatus apponere Lemma hoc placuit.

**Fig. 47.** *Sis arcus  $DE$  diuidendus in ratione arcus  $BC$ , ad  $CD$ . Ducatur chorda  $BD$ . & ex  $C$  per A centrum  $AC$  secans  $BD$  in  $G$ . Iunctis  $DE$ ,  $BE$  ducatur ex  $G$  parallela  $GH$  ipsi  $BE$ , secans  $DE$  in  $H$ , ex quo, & centro  $A$  sit diameter  $AF$ , erit diuisus  $DE$  arcus in  $F$ , ut diuisus supponebatur  $BD$  in  $C$ . Chorda, & arcus in doctrina sinuum veniunt in eadē inter se ratione: Ideo linea  $BG$  ad  $GD$ , ut  $EH$  ad  $HD$ , & sic se habent etiam arcus  $BC$  ad  $CD$ , ut arcus  $EF$  ad  $FD$ . Quod faciendum sumptimus.*

In hisce effectiōibus, neque exercitatus sum, neque exercitari exopto: nam chordas, & arcus in doctrina sinuum venire in eadem inter se ratione, hoc nunquam inueni; sed inueni maiorem arcum ad minorem arcum eiusdem circu'i habere maiorem proportionem, quam chorda maioris arcus ad chordam minoris; Et quando etiam hoc verum esset, quod falsissimum est, non sequitur conclusio: nam  $BG$  non est chorda arcus  $BC$ , neq;  $GD$  arcus  $DC$ , & sic de cæteris.

Sed ad vndecimam solationem, cuius paralogismus indicari potest absque eo quod tota constructio, & argumentatio subdatur. nam ait, & permuanda sūt  $BK$  ad  $BL$ , ut  $AI$  ad  $LI$ , hoc est  $CK$  ad  $CL$ , ut  $AH$  ad  $LH$ , & conuertienda, permuandaq; ut  $IL$  ad  $LI$ , ita  $AE$  ad

ad  $AH$ . Quod verum non est: nam si est, ut  $BK$  ad  $BL$ , ita  $AI$  ad  $LI$  erit conuertendo  $BL$  ad  $BK$ , ut  $LI$  ad  $AI$ ; & permutando  $BL$  ad  $LI$ , ut  $BK$  ad  $AI$ , eodem modo, quia est  $CK$  ad  $CL$ , ut  $AH$  ad  $LH$  erit conuertendo  $CL$  ad  $CK$ , ut  $LH$  ad  $AH$ ; & permutando  $CL$  ad  $LH$ , ut  $CK$  ad  $AH$ , & nunquam inuenitur esse  $IL$  ad  $LH$ , ut  $AI$  ad  $AH$ . Sed simul miscuit conuertendo, & permutando, ut decipulam faceret, eorum exemplo, qui grauiora peccata leuioribus cursim inuoluentes, Confessarium se posse decipere existimant.

Secundum problema eodem paralogismo peccat, quo peccat prima solutio primi problematis, quando id Euclidean ratione demonstrandum promittit, hoc est arguendo æqualitatem triangulorum ex æqualitate duorum laterum, & anguli alteri datorum laterum oppositi cum specie alterius anguli, quam dari falsò asserit; & si daretur, frustratoria esset longior demonstratio, ut superius ostendimus.

Secundo problemati subdit Lemma tertium, quartum, & quintum; quintum autem non demonstratur, & paralogisticum est. Licet tamen rectè à Comandino demonstretur ad propositionem 52 libri 6. Pappi.

### LEMMA V.

**I**N linea  $BD$  si fuerit, ut  $BD$  ad  $DC$ , ita  $BA$  ad  $AC$ ; & angulus  $DEA$  sit rectus. In quibus lineis  $BE, CE$ .

Fig. 48.

Dico angulos  $BEA, CEA$  aequales esse. Fiat ex puncto  $A$  linea  $HA$   $AF$  æquidistans  $DE$ , & producta  $EC$  in  $F$ , duo erunt triangula  $HEA, FEA$  rectangula in  $A$ : nam rectus est angulus  $DEA$  ex hypothesis. Igitur duo quadrata  $HA, AE$  aequalia duobus quadratis  $FA, AE$ : ablato igitur, quod commune est  $AE$ , relinquuntur dua quadrata  $HA, AF$  aequalia, & latera eorundem. Ideo totus triangulus toti triangulo, ergo anguli  $BEA, CEA$  aequales fient. Patet ergo, quod ex dato angulo recto  $DEA$ , & linea partes se habent, ut  $BD$  ad  $DC$ , ita  $BA$  ad  $AC$  anguli duo, ab iisdem punctis scilicet  $BEA, AEC$  sunt pares. Quod erat demonstrandum.

In hoc Lemmate ait; Igitur duo quadrata  $HA, AE$  aequalia duobus quadratis  $FA, AE$ ; Sed nullo modo probat, & nihil præmittit, ex quo id erui possit. Quare, quidquid reliquum est demonstrationis, corrui. Sed cum à Comandino rectè demonstretur, & huic Lemmati nitatur problema tertium, quod est Vitellionis, & Comandini: Ideo ad problema quartum.

## PROBLEMA IIII.

**Fig. 49.** **D**ato circulo, & duobus punctis: altero intra: altero extra in diversis diametris: illud idem efficere.

Sint puncta  $B, C$ , & circulus circa  $A$  iuncta linea  $BC$ , portio qua in circulo cadit bifariam in  $E$  secetur; & per lemma quintum reperiat punctum  $D$  taliter, ut sit  $BD$  ad  $DC$ , ut  $BE$  ad  $EC$ , & quum sit  $DGE$  angulus rektus, erunt iuncta linea  $CG, GE, BG$ , anguli  $BGE, EGC$  aequales, & etiam linea  $GI, GH$ , & aquantur, quum transeat  $GA$  per centrum dati circuli. Et factum erit quod oportuit.

Hic non probatur  $GA$  transire per centrum circuli, quo non probato, non amplius factum erit quod oportuit, quod magis patet per suum subsequens scholium, in quo probat. Punctum haberi posse aliquando, & angulum bifariam sectum per lineam non diametrum, & tunc in circulo constituentes angulum lineas inaequales esse.

Problema quintum, & sextum eodem paralogismo peccant, quo secundum, & quo prima solutio primi problematis, quando ait ab Euclideana ratione se nolle discedere.

In problemate septimo non fideliter vtitur Lemmate quinto: Nā faciendum erat, ut  $BA$  ad  $AC$ , ita  $BD$  ad  $DC$ ; & non ut differentia  $BA$  supra  $AC$ , ad ipsam  $AC$ , ita  $BD$ , ad  $DC$ .

Problema octauum eodem modo peccat, quo sextum, quintum, secundum, & prima solutio primi. Sed ad Problema IX.

## PROBLEMA IX.

**Fig. 50.** **C**irculo ut supra dato, & duobus punctis in diametro una ambobus extra inaequaliter à centro distansibus: oporteat illud idē efficere.

Sint puncta  $B, C$  extra, linea tamen iungens per  $A$  centrum transeat, ducantur circulum tangentes ad eandem partem  $BD, CE$ , quae producta concurrant in puncto  $F$ , à quo per centrum  $A$  ducatur  $FAG$ , & arcus  $HG$ , transferatur in  $RL$ ; Dico punctum  $L$  esse, quod queritur: nimirum ductis  $BL, CL$ , relinquere aequales arcus in circulo  $LM, LN$ ; & angulum  $BLC$  à diametro per punctum  $L$  ducta diuidi bifariam. Iungatur  $CO$ , & à puncto  $I$  parallela  $IP$  fiat ipsi  $BL$ . Quoniam in triangulis  $CAO, CAL$ , duo latera unius  $CA, AO$  aequalia sunt duobus lateribus alterius  $CA, AL$ , & anguli comprehensi  $CAO, CAL$  pares ex aequalitate oppositorum arcuum  $LR, RO$ , ergo bases  $CO, CL$ .

*CL* aequales sunt, & triangula prorsus aequalia: Ideo anguli *CLA* *COA* aequales sunt. Sed angulus *COA* aequatur angulo *LIP*, quia arcus *LG*, & *OI* pares sunt, & communis *LS* si apponatur, erunt arcus compositi *GS* & *LP* aequales, & anguli ipsis insistentes erunt aequales *GOP*, *LIP*. Sed angulus *LIP* aequatur suo coalterno *B LI*. Ergo angulus *B LI* aequalis fit angulo *COG*, hoc est *CLA*. Sed *LA* linea per centrum dividi per aequalem angulum: Igitur arcus *MI*, *NI* aequales sunt, & residui ad semicirculum *LM*, *LN* aequales. Vnde constat propositum.

Postquam ostendit arcum *LG* esse æqualem arcui *OI*, quibus si addatur communis *LS* concludit arcus *GS*, & *LP* esse æquales, quæ conclusio sequi non potest, nisi prius probatum sit arcum *SP* æuari arcui *OI*, siue *LG*, quod non probatur, ex quo sequitur totius demonstrationis falsitas.

Decimi problematis infirmitas, cum & ipsi auctori sit cognita: (nam subdit in scholio) *ne alicui videatur infirma ratio præmissa, & sponte ab Euclide ame discessisse forma, Ducatur &c.* Idcirco ipsam brevitatis causa ostendere prætermittimus, hoc tantum adnotamus, demonstrationem, quam subdit in scholio, ut succurrat laboranti problemati, eodem modo peccare, quo peccat problema octauum, sextum, quatum, secundum, & prima solutio primi.

Problema Vndecimum corrui cum problemate nono cui innititur. Sed ad problema Duodecimum.

## PROBLEMA XII.

**D**atis circulo, & duobus punctis inequaliter à centro distantibus, oportet ab ipsis ducere in peripheria convexa lineas ad angulum, ut protractæ in circulo, relinquant duas aequales chordas, & erit etiam illud reflexionis punctum in convexo.

Sit circulus circa centrum *A*, duo puncta *B, C*, à quibus fiant tægentes *BD, CE*, & inclinentur simul ad angulum, ut *BFC*, quem bifariam secet deinde linea *FIG*, & circulum in *I* puncto. Dico hoc punctum efficere problema: nimirum iunctis lineis *BI, CI* & porciones in circulo *LM, LK* fieri aequales. Secetur bifariam angulus *BIC* linea *NI, AL*, & aequalis *CI* ponatur *OI*, & iungatur *CO* in duobus triangulis *CNI, ONI*, latera duo *CI, IN* paria duobus alijs *IO, IN* sunt; & de specie anguli oppositi tertio lateri constat: Ideo sunt triangula, aequiangula, & aqua-

Fig. 51.

aqualia, & anguli deinceps ad  $N$  aequales, ideo recti. Datis deinde  $LM$ ,  $LK$ , in alijs duobus triangulis  $LM I$ ,  $N I O$  sunt duo anguli unius duobus angulis alterius aequales, scilicet  $N I O$  ad vertices  $M I L$ , & anguli ad  $M$  &  $N$  recti: Igitur reliquus  $M L I$  erit  $N O I$  reliquus aequalis. Idem in duobus triangulis  $LK I$ , &  $C N I$  ostendetur, & cum  $C N I$ ,  $O N I$  sint aequales, & aequales sint  $LM I$ ,  $LK I$ ; unde anguli  $M I L$ ,  $K I L$ , & cis verticales  $C I N$ ,  $O I N$  aequales. Ideo  $I M$ ,  $I K$  in circulo pares sunt, & punctum  $I$  respectu punctorum  $B$ ,  $C$ , sit punctum reflexionis. Quod erat demonstrandum.

Hic in primis non determinatur species anguli  $B F C$ , ad quem inclinandæ sunt rectæ  $B D$ ,  $C E$ . Deinde, quando comparat inter se, triangula  $C N I$ ,  $O N I$ , ut anguli deinceps ad  $N$  probentur recti, non necesse est, ut constet de specie anguli oppositi tertio lateri, sed satis arguitur æqualitas per quartam primi Euclidis: nam duo latera  $C I$ ,  $C N$  sunt æqualia duobus lateribus  $O I$ ,  $O N$ ; & anguli æqualibus lateribus contenti  $C I N$ ,  $N I O$  per constructionem æquales, cum bifariam secuerit angulū  $B I C$  linea  $N I A L$ , unde sequitur angulū triangulo æquale esse, & angulos ad  $N$  deinceps inter se esse æquales, & consequenter rectos. Tandem assumit angulos ad  $M$ , &  $N$  uti rectos, sed non probat. Unde tota corrumpit demonstratio.

In problemate decimo tertio, decimo quarto, & decimo quinto ineptius tantum variatur, & confunditur constructio, reservata duodecimi problematis eadem paralogistica argumentandi ratione.

Post decimum quintum problema affert nescio cuius Algebricæ disputationis inuolucrum, in quo quid sibi velit ignoro: hoc tantum scio, non esse dubitandi locum, quando radix aliqua furda, seu irrationalis alicuius potestatis ducenda est in radicē rationalem, oportere rationalem radicem ad eundem gradum scalarem eleuari, in quo reperitur potestas illius radice furdæ, quæ est multiplicanda, & potestatum inter se multiplicatarum radix erit productum. Quod quaeritur. In coeteris *Dauus* sum, non *Oedipus* usque ad problema decimum sextum.

## PROBLEMA XVI.

**D**atis duobus punctis: uno in circulo, alio extra circumulum, vel utroque extra circumulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli ita ut angulum contentum à lineis à predictis punctis ad



ad punctum inuentum ductis diuidat per aequalia linea per centrum in illo puncto circuli contingenti occurrens. Est Vitellionis prop. CXXXV. libri primi, & Alhazeni propositio XXXVI. lib. quinti.

Sit circulus circa centrum C, & duo puncta positione A B (nec aliter fieri oportet, si alterum in peripheria sisteret) problema construere, ut im- Fig. 52.  
peratum est. Ducantur linea A B, & A C, portionis autem intercepta D E sit semissis D F. Dico punctum F esse illud in peripheria quæsitum. Erigatur F K super C F in F puncto ad angulos rectos, & in producta B F assumatur F G aequalis ducta A F: anguli igitur in triangulo A F G (iuncta nimirum A G) sunt F A G, F G A supra basim isoscelis. Ergo aequales, & cum duo latera A F, F H (educta scilicet C F in H) duobus lateribus F G, F H, angulorum duo oppositi duorum triangulorum A F H, G F H aequales: Ideo prorsus aequalia sunt duo illa triagula, & anguli deinceps H aequales, hoc est recti: Ideo A G aequidistant ipsi K F. Ergo anguli A G F, & B F K interni, et externi sunt pares, nec uo & coalterni G A F, A F K. At duo anguli F A G, F G A erant aequales: Idcirco angulus B F A diuisus est bifariam linea K F, qua ad extremum diametri super F puncto erecta est: Ideo ad angulos rectos. Igitur factum est quod oportuit.

Hic restat probandum angulos A F H, G F H esse æquales, quos ipse vocat oppositos non ex communi geometricè loquendi modo, sed ex proprijs principijs à se factis, & sibi tantum cognitis: Nam à cœteris Geometris vocarentur contenti æqualibus lateribus A F, F H, & F G, F H. Hoc non probato, quidquid reliquum est, sunt verba mera. Opusculum clauditur sequenti adnotatione.

### ADNOTATIO.

**M**ethodo tunc breuissima quaestiones absoluantur, quotiescunque ipsius natura semitam ingredi contingat, à qua longius digredientes difficiliorem inueniunt solutionem, & tunc sapius ab alijs carpi solent, si forma efficiendi elegantior detegatur. Prestaret fortasse hic exscribi tria illa Vitellionis, & Alhazeni problemata, à nobis emendata, & ab ipsis tantum à recta digressis methodo, ut ignorarent ex inualuto discursu se se expeditius liberare, quam ab opere ipso mechanico subsidia implorando, quod est nimium à præceptis geometriae declinasse. At illa hic referrentes, esset citra opportunitatem studiosos onerare. & aduersus eorum genium, qui medullas inquirentes rerum propria augeri in volumen opuscula refugiunt. Mirum sane esse debet, quod ex-

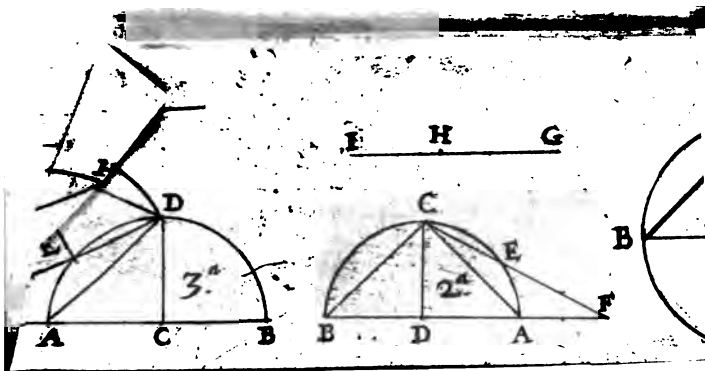
tot, qui de Opticis scripserunt auctoribus, ad reformandum tam nobile,  
 & classicum argumentum, supplendaq; quæ illi deesse videntur, studiū  
 hætenus applicuisset nemo. Cæterum de puncto reflexionis libantes  
 cum Opticis egimus physicè, namq; differentes de eodem cum motu, ac-  
 quiescere illud contemplantur.

Hæc sola decrat adnotatio, ut omnibus numeris absolutum  
 esset opusculum. A recta via digressi sunt Vitellio, & Alha-  
 zenus, non hic auctor, hic, inquam, cuius genius est  
 medullas rerum inquirere. Quid igitur mirum,  
 si intestina penetrans, sordibus, foederetur? Vides  
 Lector, hac de re qui sit sensus Auctoris, qui-  
 dem certè non nimis verecundi.

Atq; hîc ipse meam claudio

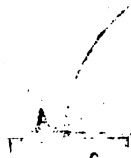
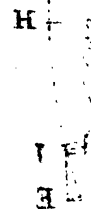
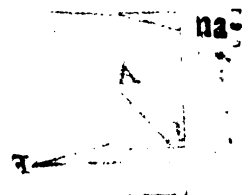
Appendicem.





15

II



62

tot, 9

6 cl

hac.

cum

que

H

INDEX ERRORVM  
 ANTONII SANCTINII  
 IN  
 Appendice Inclinationum.



IX dederam Opusculum Prælo subiiciendum cum ad manus meas peruenit libellus, cum inscriptione tali,

*Inclinationum Appendix*

*Seu TO Geometria ΠΑΗΡΩΜΑ*

*Per Antonium Sanctinium Lucensem*

*C. R. S., ac in Almo Urbis Gymnasio Professore.*

*Impressum Macerata ex Typographia*

*Philippi Camaccij MDCXLVIII.*

**H**ic autem libello rectè inditus est Titulus, TO ΠΑΗΡΩΜΑ hoc est, replementum, quod scilicet errorum sit plenus.

Porro ex Auctoris nomine ad hunc libellum appposito, cognouit tandem, cæteros etiam libellos ex eodem fonte manasse. Quid enim aliud sonant literæ illæ in fronte vtriusque libelli inscriptæ, A. S. L. quam, Antonium Sanctinium Lucensem? (Quamquam, ut verum fatear, credideram initio id vnum ijs. exprimi, Asinum Sonantem Lyra.) Id ipsum autem ex ijs etiam, quæ mox subiiciam, planè omnino patebit. Etenim in omnibus hisce libellis idem est dicendi modus, eadem constructionum inutilitas, eadem paralogizandi forma; probantur quæ probanda non sunt, non probantur quæ probanda, præmittuntur propositiones falsæ, eliciuntur conclusiones nullam habentes cum præmissis connexionem, inferuntur demum, eadem adnotationes ijsdem omnino verbis, ut facile quivis intelliget, qui ipsos legerit libellos, vnumque cum alijs contulerit. Sed quoniam velle singillatim ex vnoquoque libello errores omnes decerpere, patefacere, & redarguere, laboriosum nimis esset, & utilitas labore non

compensaretur, satis erit, crassiores tantū per Indicem innuere; atq; ita publicæ utilitati abunde satisfactum erit. Illud tamen silentio prætermittendum sine scelere non puto, quod ille, utinam non impudenter, certe quidem non satis verecundè, in Dedicatoria sua scriptū reliquit, Naturam scilicet subduxisse influxum cæteris sublimioribus ingenijs, sibi autem vni sinum explicasse. Sed venio ad errorum Indicem.

Pagina quinta ponitur.

### PROBLEMA I.

**D** Valens datis rectis lineis angulum quocumq; efficiantibus dato extra puncto, & adhuc alia præfinita linea, hanc inter illas positione datas aptare, ut ad datum pervineat punctum.

In hoc problemate primo pagina septima, longiore vititur demonstratione, ut probeat  $NC$  esse æqualem rectæ  $AI$ , quod ex vi parallelarum facile elici poterat. Sed hæc sunt ea errata, quæ nostræ humanitati individua benignè indulgenda confidit, ut ipse ait in Epistola ad Lectorem.

Pag. 8. Cum punctum  $C$  quærat in problemate, & non sit datum, angulus  $LCD$  non potest dici datus. Quare non sequitur lineam  $AI$  esse datam positione, eo quod constituat angulum  $AIL$  æqualem angulo  $LCD$ ; & quando etiam data esset positione, non video, quomodo inde erui possit esse æqualem lineam  $AF$ . Neque lemma ex trigésimo datorum Euclidis desumptum confert ad dictam conclusionem eliciendam.

Pag. decima, postquam conclusit  $AFL_2 - FLQ$ , id est duo rectangula sub  $AF$  in  $FL$  minus quadrato rectæ  $FL$  esse æqualia  $ALF_2 + FLQ$ , id est duobus rectangulis sub  $AL$  in  $LF$ , una cum quadrato rectæ  $FL$ , vult lineam  $LI$  posse alteram partem dictarum æqualitatum, sed non probat. Et si ex constructione id resultare vellet, constituenda erat altera linea, quæ posset alteram dictarum partium; & demonstrandum erat esse æqualem rectæ  $LI$ . Et hæc est prima fallacia, qua Auctor ille A. S. L. usus est in sua supplementi Francisci Vietæ, & Geometriæ instauratione; de qua nos plura superius.

In eadem pag. à linea 15. vsque ad 24., ut reuocet ab otio lineam  $MM$ , ait. Si colligantur spatia  $EDQ + AEQ + MAF$ , nihil aliud est,

67

esse, quam  $A D Q$  &  $A C Q$ , idest quadrata rectarum  $E D$ , &  $A E$ , una cum rectangulo sub  $M A$  in  $A F$ , æquari quadratis rectarum  $A D$ , &  $A C$ , quod non probatur (aduertat hic Lector me obseruasse Typorum correctionem.) Et deinde post nonnulla triangulorum amblygoniorum, & quadratorum inuolucra, concludit lineam  $D C$  postea quadratum rectæ  $H F$ , seu  $D L$ , unum cum quadrato rectæ  $H M$ , seu  $C L$ . Quod absque tot inuolucris patet ex constructione, cum  $D L$  facta sit æqualis interuallo  $H F$ , &  $C L$  ad angulos rectos insisteret ipsi  $C L$ , &  $D C$  sit basis trianguli rectanguli  $D L C$ .

Pag. 11. incipiendo à linea 25. paginæ decimæ usque ad 24. undecimæ, longam texit constructionem, non docendo qua ratione ductus id faciat; & uni, vel alteri ex superioribus methodis demonstrandi se remittit, quæ præterquam quod fallaces demonstratæ sunt, huic certè constructioni aptari minime possunt.

A linea vero 25. pag. undecimæ usque ad 7. pag. duodecimæ vitur compendiosiori methodo; atque ut compendiosior appareat; non vitur ad demonstrandum ijs, quibus usus est ad construendum, & arte mirâ elicit quam vult conclusionem, cum ea non præmiserit, ex quibus elici possit.

Quidquid reliquum est paginæ duodecimæ, & pag. 13. totum paralogisticum est, cum constructio expediatur per ea, quorum constructio ignoratur: hoc est, ut linea  $L V$  intercepta inter  $A H$ , &  $H C$ , quæ pertineat ad punctum  $D$ , æquetur externæ  $G$ . Quod hucusque non esse demonstratum ostendimus. Deinde non assignatur punctum  $N$ , ex quo cadat  $N I$  perpendicularis super  $H V$ : tandem aucto, vel diminuto quadrato  $H V$  differentia quadratorum  $H L$ ,  $N I$ , non demonstratur lineam  $N C$  pertinere ad punctum  $D$ . Tot simul paucissimis lineis cumulandi erant errores, ut tres subderet deridendas adnotationes.

A pag. 14. usque ad 19., transcribit tertiam, quartam, & quintam propositionem supplementi Francisci Viète, ut pag. 18. quintam Viète propositionem sua pseudographica constructione deturpet.

∴ Pagina 19. proponit.

## PROBLEMA II.

**I**nter duas rectas lineas ad angulum recto minorem inclinatas præfinitam ponere, qua ad datum pertineat punctum.

1 2

Quod

Quod in primo problemate in quolibet angulo generaliter proposuerat, in hoc determinat, ad angulum minorem recto, & per totā paginam 20. tripliciter. variè, & inutiliter construens.

Pag. 21. linea 4. ait. *Repetatur schema primum cum lineis opportunis*, ex quo patet inutilitas constructionis. Et linea 12. ait. *Et tota FH facetur bifariam ostendetur esse in E puncto*. Sed nunquam ostenditur.

Pag. 22. addit adnotationem, in qua ait. *Si DH fiat equalis duobus BC, erit ducta AH relinquens interceptam GH aequalem BC*. Sed non probat.

Pag. 23, nihil probat eorum, quæ asserit.

Pag. 24. proponit,

### PROBLEMA III.

**D**atis duabus rectis lineis, totidem medias inter eas collocare lineas in analogia continua,

In quo pergit per eandem semitam, per quam pergit Nicomedes. Sed id, quod ille expedit linea conchoide, hic auctor expedit altera, ex præmissis methodo: nam pag. 25. linea secunda ait. *Igitur ex altera ex præmissis methodo à puncto H ponatur IK equalis AE, sine HC*, cum qua fallaci methodo huiusce etiam problematis constructio corrui.

Pag. 27 vsque ad 30 inclusivè proponit querelas Anderfoni, ob defectum geometriæ, cui ait ex supra inductis satis esse suppletum; & audacter planè nimis scripsisse alios, qui suppleri non posse affirmarunt. Et cerre ex aliorum audacia huiusce Auctoris modestia magis elucescit, quæ maxima est, præcipue in sequenti lemmate.

Pag. 31. proponit.

### PROBLEMA IIII.

**D**ata circuli peripheria, & in ea puncto; dataq; linea præfixita: illam inter convexum, & eductam chordam inclinare, ut ad punctum pertineat datum.

Quod uniuersaliter proponit, determinat; & quando data peripheria est semicirculus, punctum in illa datum in quadrantis vertice, & linea data est æqualis semidiametro, rectè construit problema; & respectu



respectu ceterorum non male demonstrat, Sed

Pag. 34, & 35. in sua adnotatione secunda, quando data est maior, vel minor semidiametro non assumit subtensam quadrantis, ut mediam in serie trium proportionalium, quarum differentia sit linea data, sed assumit quandam lineam, ut ipse ait, temperatam maiorem, vel minorem subtensa quadrantis, prout linea data maior est, vel minor semidiametro. Quod fallum esse patet, tum ex superiori huiusce auctoris demonstratione, tum ex ijs, quæ nos superius cum Vitellione demonstramus, detegentes rimas Geometriæ restauratæ ab Auctore illo incognito A. S. L.

Pag. 36. proponit.

### PROBLEMA V.

**D**ato semicirculo, & puncto in eius peripheria ultra verticem; lineæq; semidiametro æquali: illam inter connexam, & eductam diametrum ponere, ut ad datum pertineat punctum.

In hoc problemate præter constructionis ineptiam: nam ea assumit in constructione, quibus non utitur in demonstratione; quo circa pagina 37 linea secunda ait. *Quod, ut sine confusione linearum ostendiqueat.* In ipsa etiam constructione in fine paginæ 36 ait. *Distancia vero semidiametri signetur punctum E; utroq; enim modo haberi licebit.* Quod non probat.

Pagina 37., & 38. tantum concludit rectangulum  $E D F$  excedere quadratum rectæ  $A D$  duplici rectangulo sub  $F A$  in  $C G$ , & æquari quadrato rectæ  $A F$ . Sed non probat  $F E$  esse æqualem semidiametro; Quod erat probandum. Neque  $A I$  assumpta est media trium proportionalium, quarum differentia sit æqualis semidiametro: Nam  $A I$  inuenta est tantum, postquam facta est tota constructio.

Pagina 38. & 39. est infusa adnotatio: nam ut limiter rectā  $F A$ , à quadrato  $A I$  subtrahit quadratum  $A D$  obliquis in sua constructione, necesse esse prius dari rectam  $F A$ , quam quadratum  $A I$ .

Quod vero pagina 39. ex analogismo Algebristarum eruit, cuius addit ratiocinationem speciosam, locum non habet, nisi sit factum, quod in problemate faciendum erat: hoc est, ut  $F E$  sit æqualis semidiametro  $A C$ , cognitum punctum  $E$ , & cognita linea  $A E$ . Sed ad demonstrandum id factum esse nihil omnino confert.

Pagina 40. ponit secundam adnotationem, in qua non probatur lineam

lineam  $EL$ , quæ posita æqualis  $FE$  habere extremum  $L$  cadens in linea  $CH$ , quæ à centro semicirculi ducitur diuidens semicirculum in duas partes æquales: nam quotiescunque punctum  $L$  non caderet in linea  $CH$ , non amplius  $FE$  esset æqualis semidiametro  $AC$ . Sed ex hac adnotatione colligi potest, Quod si inter concavam semicirculi peripheriam, & lineam, quæ à centro semicirculi ducta diuidit bifariam semicirculum, aptetur linea æqualis semidiametro, itaut ad datum in semicirculo punctum perueniat, si hæc linea producat, itaut concurrat cum educta diametro, lineam illam quæ inter concuum semicirculi, & diametrum eductam intercipitur, semidiametro semicirculi æqualem fore.

Pagina 41. attemperat ( vt ipse ait ) lineam pro qualitate datæ, seu sit maior, seu minor semidiametro, sed non docet, quare eo modo attemperet, & interceptam esse æqualem datæ, vt supra ostendendum dicit, hoc est seruata semper ratiocinandi ineptia.

A pagina 42. vsque ad paginam 56. eodem modo progreditur, ac in superiori problemate, retenta eadem construendi ineptia, ratiocinandi fatuitate, & inscitia in probando, & faciendo ea per ea, quæ esse non possunt, nisi factum sit, quod faciendum.

A pagina 56. vsque ad paginam 63. emendat Francisci Vietæ, & Archimedis propositiones, adhibendo suas methodos. Infelices Archimedes, & Vietæ, quibus contigit sua scripta à tanto homine non corrigi, sed deprauari,

Pagina 63. proponit.

## PROBLEMA XVI.

**I**N uno, eodemque circulo similes, ac inæquales duas portiones suscipere.

Miror, quod in hoc problemate non asserat, se emendare Euclidis elementa, cum huius problematis effectio ipsis elementis contraria sit: nam lib. 3. defin. decima ait Euclides, Similia circuli segmenta sunt, quæ angulos capiunt æquales, aut in quibus anguli inter se sunt æquales. Et propol. 26. eiusdem libri demonstrat, in æqualibus circulis æquales angulos æqualibus peripherijs insistere, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant. Quod in eodem circulo magis semper verificatur. Quare in eodem circulo similes portiones æquales esse necesse est. Vt autem probet hæc absurda, in absurdiora libi necesse est. nam.

Pa-

Pagina 64. linea 5. probat  $BDC$ ,  $EHG$  esse inæquales ex eadem sententia, cum in geometricis sensu probare sit vitiosissimum, & linea 26. nescio ex qua vi præmissarum absurdissimè concludit. *Idea ratio eadem sit arcus  $BD$  ad  $DC$ , quæ  $GH$  ad  $HE$ : siue alternè  $BD$  ad  $GH$ , ut  $DC$  ad  $HE$ : siue componendo, & per conversionem: siue diuidendo. Igitur nihil officit ad argumentandum de angulis, ut factum est de peripherijs simul congruè ad centrum postea relatis. Quare in circulo eodem dua sumpta fuerunt portiones similes, & inæquales. Quod erat faciendum.* Et hæc omnia, quæ in geometria sunt absurdissima, ut conclusiones elicit ex ijs, quæ cum hisce ineptijs nihil commune habent; non secus ac si quis diceret hæc ita esse, quia ita est.

Pagina 65., & 66. subdit adnotationem primam, quam sequentibus verbis, quæ fidelissimè reddo, exorditur.

### ADNOTATIO PRIMA.

**V**erum, quæ recentior inducuntur, nisi ad ultimâ principiorum fuerint resoluta, agnoscimus frequenter ingerere scrupula, præsertim ijs, qui non admodum sunt prouecti, & ad Criticem sunt propiniores. Et fateor hæc mihi non tantum ingerere scrupula, (ut iuxta Sanctiij Grammaticam loquar, qui Musas omnes pessimis habet despectibus modis, non tantum enim Geometricas, sed Grammaticas etiam leges omnes peruertit) imò maximos ingerere scrupulos, & me non solum in huiusmodi rebus non esse prouectum, sed nunquam potuisse induci ad credendum, tantam vel ineptiam, vel audaciam posse reperiri in Viro, qui publicè mathesim præficeretur, ut similia typis ederet: nam postquàm ostendit portiones competentes angulis æqualibus  $BAC$  &  $GLF$  esse similes in diuersis circulis, sed non probauit, esse æquales, vel inæquales: non enim respexit ad æqualitatem, vel inæqualitatem circulorū. Pagina 66. linea 8. ait. *Et quod in diuersis circulis contingit, in uno, & eodem fieri circulo assumi posse ostendit problema præmissum.* Ad quod ostendendum addita est hæc adnotatio. Quare ad sumpta in hac adnotatione præbantur per ea, quæ erant in hac adnotatione probanda. Miror, quod hic non dicat se emendare Logicam Aristotelis: ut autem euidentius id confirmet à linea decima eiusdem paginae 66. usque ad finem dictæ adnotationis adeo, & toties in geometriam peccat, ut non sit necesse adnotare.

Pagina 67., & 68., ut tollat omnem scrupulum, ponit secundam adno-

72  
adnotationem: nam in fine pagine 68. ait. *Et hæc addere sustinimus ad omnem tollendum scrupulum in sequentibus præter familiarem nobis stilum.* In qua adnotatione adeo tollit scrupulos, ut à geometriæ legibus eam omnino liberet. Quod faciendum erat, ut, quod contra Euclidis elementa proposuerat, problema absolueret.

Pagina 69. proponit.

### PROBLEMA XVII.

**A**ngulum planum quemcumque secare tripartito, & in alia qualibet analogia per solas quinque lineas, & iactans à se inuenta per semissem pagine 70.

Pagina 71., & 72. constructionem suam demonstrat per problema primum, quod fallax ostendimus.

Pagina 73. sibi familiares adnotationes subdit.

Pagina 74. proponit.

### PROBLEMA XVIII.

**A**ngulum datum planum secare trifariam per circuli peripherias. Expedire sectiones omnes poteramus uno actu generali; at lubet incitati rei pulchritudine per nonnullos excurrere, & ut ijs, qui hoc fieri posse inficias iuere directe opponamus factum, scilicet pro heptagono, aeneone &c.

In hoc problemate, sicuti in coeteris omnibus usque ad paginam 104., suas fallacias adstruit ex demonstratione superioris problematis, quod directe contra Euclidis elementa esse ostendimus, & infinita fallaciarum, & mendacium propositionum copia suffultum: cum verò eodem modo procedat in coeteris propositionibus, quæ sunt excursus huiusce propositionis vniuersaliter propositæ, & particularissime, ineptè tamen semper expeditæ, in quibus assumit in eodem circulo portiones inæquales, asserens esse similes; mensurat angulos arcibus circulorum, quibus dicti anguli neque ad centrum, neque ad circumferentiam insistant; confundit conversionem, permutationem, compositionem, divisionemq; rationis; nulla necessitate conclusiones ineptas elicit. Tandem nulla est pagina, quæ erroribus non scateat; atque hi quidem legentibus omnibus, etiam imperitis, se se statim obijciunt.

Pagina

Pagina 104. vsque ad paginam 106. inclusiue, post tot fallacias ineptias, ac fatuitates, selegit Keplerum, cum quo veliret, eo quod heptagoni geometricam descriptionem ex numero impossibilium asseruerit. Atque hanc ad rem animum reflectere curiosum duximus, non solum propter summam Viri audaciam, sed etiam quia pulcherrimum est theatrale spectaculum, Asinum cum Leone dimicantem aspicere.

Pagina 107. vsque ad pag. 114. proponit alteram heptagoni delineationem, ut ipse ait Analystis fortasse opportunam, cum tribus adnotationibus. Quam ut demonstret, ait in fine pag. 107. *Si igitur initio facta à puncto C septies circumducatur amplitudo ipsius C G, ut G H, H I, I K, K L, L M, M C; in secunda circulatione regreditur ad idem C punctum.* Sed non probat; cui subdit tres adnotationes, quarum secunda ab ipso Heraclito posset risum excutere: Nam in ipsa non probatur, arcum CD esse septimam partem circuli, quod esset probandum, sed supposito, quod sit, perquirat chordam arcus dupli. Adnotatio vero tertia, quotiescunque non sit inuentum latus heptagoni, omnino corrui.

Pag. 114. proponit nouam methodum inueniendi duas medias proportionales inter duas rectas datas, & vltra ineptam constructionem.

Pag. 115. linea 17. ait à quibus sublatis aequales  $FBI, GFL, CGT$  erunt residui  $ABI, XFL, HGT$  aequales, sed nunquam probauit angulos  $FBI, GFL, CGT$  esse inter se æquales.

Pag. 116., & pag. 117. subduntur duæ adnotationes suis figmentis innixæ.

Pag. 119. proponitur problema, quod per suas methodos cōstruit.

Pag. 129. proponit.

### PROBLEM A XXX.

**A**rcus Pentagoni congruus habetur determinatus ante isoscelis trianguli conditionarij constructionem, scilicet, in quo angulus uteruis ad basim est ad reliquum verticis in ratione dupla. Quod ut probet.

Pag. 130. linea 4. ait. Et si quidem ab aequalibus  $BAG, BIA$  angulis aequales anguli  $BAI, BGA$  subtrahi concipiantur, relinquentur aequales  $GAI, GIA$  anguli supra basim  $AI$ . Quæ conclusio quomo-

de elici possit non video: Nam angulo  $BGA$  nihil commune est cum angulo  $GIA$ . Sed ob facilitatem non pigebit demonstrare, non tantum arcum  $CG$  non probari ab Auctore esse arcum pentagoni, sed non esse, examinata per canonem trigonometricum ipsius Auctoris constructione: Nam per ipsius constructionem posito sinu toto  $CB$  partium 100000. erit eius tertia pars 33333  $\frac{1}{3}$  tangens anguli  $ECB$ , qui semissis est anguli  $EAB$ ; & angulus  $EAB$  est semissis anguli  $GAC$ . Quare angulus  $ECB$  erit quarta pars anguli  $GAC$ , qui ponitur ab Auctore angulus ad centrum pentagoni, qui esse deberet graduum 72. Sed posita tangente 33333  $\frac{1}{3}$  habetur in tabula correspondens arcus graduum 18, 26, 6, cuius quadruplum est arcus gr. 73. 44. 24 maior; quam arcus pentagoni.

Paginam 131. complet duabus suis adnotationibus, quæ problemati innixæ, cum ipso problemate corruunt.

Pagina 132. usque ad paginam 135. versatur in expositione sequentis problematis cum duabus etiam adnotationibus.

### PROBLEMA XXXI.

**A**rcus heptagoni congruus habetur determinatus ante isoscelis conditionarij constructionem, nempe in quo angulus verticis est ad reliquos in ratione subtripla. Quod ut probet,

Pagina 133. linea 4. ait. Cum sint anguli  $ALB$ ,  $ABL$  æquales, sicuti angulus  $LAE$  in centro æquatur angulo  $GBE$ , quia iste superduplam insitit peripheriam. Et his præmissis statim eruit hanc conclusionem. Ergo duo anguli  $ABL$ ,  $GBE$  euadunt æquales. Cum non probauerit angulum  $ABL$  esse æqualem angulo, qui sit æqualis angulo  $GBE$ .

Sed ut in superiori hæc methodus facillimè falsa ostenditur; cum posito sinu toto 100000. ipsius quarta pars 25000. euadat tangens graduum 14. 2. 10, cuius quadruplum deberet æquari arcui heptagoni, quod verum non est: nam quadruplum gr. 14. 2. 10. est gr. 56. 8. 40, & arcus heptagoni est gr. 51  $\frac{1}{2}$ .

Pag. 135. proponit.

### PROBLEMA XXXII.

**A**rcus in circulo congruus enneagono, habetur ante inuentionem sui trianguli conditionarij. Quod ut probet.

Pa-

Pagina 136. linea 7. ait . Igitur anguli  $NAM$ ,  $AMB$  alterni sunt  
 aequales; &  $ANB$ ,  $NBM$  aequales, ut aequales  $CAN$ ,  $CBM$  in cen-  
 tro, & ad arcum. Deinde elicit conclusionem sequentem. Quare  
 tres  $CAN$ ,  $NAM$ ,  $MAL$  aequantur. Quæ conclusio ex vi præmissa-  
 rum nullo modo elici potest: nam neuter angulorum  $NAM$ ,  $MAL$   
 ostensus est æqualis angulo  $CAN$ , aut angulo  $CBM$ , cui ostensus  
 est æqualis  $CAN$ , neque inter se ostensi sunt æquales.

Pagina 137. sibi familiari adnotatione claudit hanc suam Inclina-  
 tionum Geometriæ Appendicem, cuius corrupta, & adulterina mer-  
 ce, si magni Geometriæ navis oneraretur (ut utar ioco, quo Auctor  
 suam adnotationem claudit,) vniuersa profecto geometria miserrim-  
 um naufragium faceret.

Pagina 139. alterius opusculi titulus subditur

*Inclinationum.*

*Geometria.*

*Parergon.*

*Eodem Auctore.*

Pagina 140. in epistola ad Lectorem videtur agnoscere suum par-  
 tum, idest opusculum de reflexionis puncto, cuius rimas superius det-  
 teximus; & fateatur industria obstetricæ caruisse: & meritò postulare  
 sibi reflecti. Quare ait, se fungi officio Criticis sublato, sed melius  
 dixisset, se Vrsarum more Catulos suos lambere, inſœliciori tamen,  
 exitu: nam ut ex sequentibus apparebit, nullam meliorem formam,  
 tribuit.

Pagina 141. proponit.

### PROBLEMA I.

**D**ato circulo, & duobus punctis inæqualiter à centro remotis, duas  
 inclinare lineas ad angulum in peripheria, quem bisariam dia-  
 meter dividat.

Hoc est idem problema primum ipsius opusculi de Reflexionis  
 puncto, & eodem modo construitur, & eadem fallacia demonstratur,  
 qua usus est in eodem opusculo, mensurando angulos arcibus circu-  
 lorum, quibus dicti anguli neque ad centrum, neque ad peripheriam  
 insistant.

Pagina 144. proponit.

## PROBLEMA II.

**D**atis *ijſdem circulo, & duobus punctis: illud idem præſtare.*

Quæ eſt ſolutio vndecima primi problematis eiufdem opusculi, & ab ipſa differt tantum, quòd in diagrammate punctum, quòd in opusculo notatur charactere L, hic notatur charactere H; & quod in opusculo notatur charactere H, hic notatur charactere L. Sed eàdem fallacia vititur.

Pagina 145. proponit.

## PROBLEMA III.

**D**atis circulo, & duobus punctis intra ambitum in ſitu, ubi linea connectens per centrum non tranſcat: idem efficere.

Hoc eſt problema ſecundum opusculi, ſed diuerſimodè conſtruitur, & demonſtratur, ſeruata tamen inter cæteras fallacias fallacia demonſtrandi per angulos, qui meſurantur arcubus circuli, quibus neque ad centrum, neque ad peripheriam inſiſtunt.

Pagina 149. proponit problema quartum, quod eſt idem cum problemate quarto opusculi, & eodem modo conſtruitur, & demonſtratur, & tantum differt, quòd

Pagina 150. linea 8. ait. *Et angulus BGH reflexus biſecatur à diametro.* Sed non probat GK eſſe diametrum, & in opusculo ait lineam GK tranſire per centrum circuli. Sed non probat.

Pagina 152. proponit problema quintum, in quo rectè corrigit problema ſeptimum opusculi.

Pagina 153. proponit problema ſextum, quod idem eſt, ac problema quintum opusculi, & eodem modo conſtruitur: demonſtratur autem diuerſa fallacia: nam linea 22. ait. *Ideo homologa latera erunt in eadem ratione, nempe HO ad OD, ut OC ad OG; & iterum HO ad OC, ut DO ad OG, & permutando HO ad DO, ut OC ad OG.* Ex quibus præmiſſis elicit hanc concluſionem. *Ergo æquales erunt DO, & OC,* quæ nullo modo erui poteſt.

Pagina 154. proponit problema ſeptimum, quod eſt octauum opusculi, quod eàdem fallacia demonſtrat, ac ſuperius.

Pagina 155. proponit problema octauum, quod coincidit cum ſexto opusculi; & ſicuti in opusculo conſtruxit, ut problema primum, ita conſtruit hoc problema, ut problema primum, ſed demonſtrat alia

me-



methodo, non minus fallaci, quam prima: nam ait. *Et connectatur C K fieri ad diametrum perpendicularis, progressu ostendetur.* Sed nunquam ostenditur. Vt fideliter redderem verba Auctoris, solocismum reddidi; & licet plures, & plures sint in vniuerso opere, tamen, cum res, non verba concordare intendam, & Mathematici, non Grammatici fungar officio, eos omnes missos facio.

Pagina 156. addit scholium, in quo approbat constructionem problematis sexti opusculi, quam falsam docuimus.

Pagina 157. proponit problema nonum, quod coincidit cum nono opusculi, sed diuersimodè construitur; & probatur, semper tamen paralogisticè: nam assumitur I K, vt semissis excessus anguli B L I supra angulum C L I. Sed non probatur.

Pagina 158. proponit problema decimum, quod coincidit cum decimo opusculi, & sicuti in decimo opusculi eadem fallacia procedit, qua vsus est in nono, ita in hoc decimo problemate eadem vititur fallacia, qua vsus est in superiori.

Pagina 159. proponit problema vndecimum, quod coincidit cum vndecimo opusculi, & eodem modo construitur, & penè demonstratur; tantum differt, quòd in hoc problemate, vt probet arcum S P esse æqualem arcui O I, quod restabat demonstrandum in opusculo.

Pagina 160. linea 14. ait. *A semicirculo H S O, L P I, si communis arcus L S subducatur, erunt relictæ arcus S O, P I æquales.* Quod non probat, nisi quotiescunq; sint æquales arcus S P, & O I. Quod probandum.

Pagina 161. proponit scholium, quod eoincidit cum scholio vndecimi problematis opusculi, & rectè procedit.

Pagina 162. proponit.

## PROBLEMA XII.

**D**ata linea pro base, ratione laterum, & magnitudine lineæ bisecante angulum verticis, inuenire triangulum.

In hoc problemate linea G bisecans angulum verticis datur indeterminata, quæ tamen determinanda erat, vt esset minor, quam duplū minoris segmenti basis B C.

Pagina 163. proponit problema decimum tertium, quod coincidit cum duodecimo opusculi, & eodem modo construitur; & licet tamen differat in demonstratione, tamen est eadem fallacia: nam assumitur

mirur. A I N, et perpendicularis lineæ C O . Quod non probatur.

h. Pagina 165. proponit problema decimum quartum, quo aliter soluit problema decimum tertium. Sed eodem paralogismo vitur ad demonstrandum.

c. Pagina 167. proponit problema decimum quintum, quod coincidit cum decimo sexto opusculi, & diversimodè construitur, sed eadē fallacia demonstratur, licet hic malitiosius se gesserit: Nam

Pag. 168. linea 9. ait. *Ergo dua triangula B I L, L I K duo latera B I, I L, & I K, I L equalia habentia, & eidem lateri opposita, ergo similia, & equalia erunt.* Sed non ait, quæ sint hæc opposita eidem lateri, ut inde colligi possit esse triangula similia: at quidem patet non esse demonstratum triangula illa habere eas qualitates, ex quibus colligi possit, quod sint similia.

Pagina 169, 170, & 171. pro varia positione datorum punctorum, variè construit, sed eadē vitur paralogistica demonstratione.

Pagina 172. consueta sibi adnotatione claudit opusculum sperans, se abunde deficientem Geometriam suppleuisse; & certè, si quid deerat Geometriæ, ut radicitus extirparetur, abunde ab hoc auctore suppletum est. Sed postquam opus suum clausit, nescio quod adhuc erectum videns Geometriæ fundamentum, reassumit ligonem, ut omnino extirpet, & addit.

## PROBLEMA VINDICATUM.

**O** Portet nescio quid grande sub hoc titulo contineri, & certè continetur: est enim tripartitum hoc problema, cuius prima pars tantum ab Auctore, secunda à Legentibus, tertia neque à Legentibus, neque ab Auctore intelligitur. Huius enim problematis pars quæ tantum ab Auctore intelligitur, est illa, quæ putat suis hisce figmentis, & delirijs se posse vniuersis imponere, & Mathematici nomen acquirere: altera, quæ tantum à Legentibus, & non ab Auctore, est, omnia esse errorum, & paralogismorum plena, & crassam vndeque ignorantiam redolere: variè enim, & inutiliter construit, & ijs, quibus vitur ad construendum, non vitur ad demonstrandum: nam pro tam varia constructionum forma, quæ nuncupla est, vnica tantum vitur demonstratione, in qua non tantum non docet, quare eo modo construxerit, sed pulcherrimum paralogismum construit: Nam pagina 10. eiusdem Problematis Vindicati linea tertia ait. *Ergo per secundam,*

*dam, & tertiam lib. 6: H E est ad H G ut eadem H E, seu B F ad B A.*  
 Quod non est verum: nam ex secunda lib. 6. Euclidis erit quidem,  
 ut  $H G$  ad  $G A$ , ita  $H E$ , seu  $F B$  ad  $B A$ ; & per sextam lib. 6. Euclidis  
 erit, ut  $H E$  ad  $H G$ , ita  $B A$  ad  $G A$ . Sed nunquam erui poterit esse,  
 ut  $H E$  ad  $H G$ , ita  $H E$ , seu  $B F$  ad  $B A$ . Pars verò, quæ neque ab Au-  
 ctore, neque à Legentibus intelligitur, est festiuium illud, quo claudie  
 suum Problema Vindicatum, quod remulentam hilaritatem rectius,  
 quàm festiuium, quid nuncupasset: Nam à sobrio Viro talia fuisse  
 edita, ebrij esset affirmare.

FINIS.